

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:

(чл.-кор. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ

за кандидат-докторантски изпит
по докторска програма Математическа логика
считано от 2025 година

1. Теория на множествата – аксиоматична система на Цермело Френкел. Частични и линейни наредби. Сравняване на множествата по мощност. Теорема на Кантор за степенното множество и теорема на Кантор-Шрьодер-Бернщайн. [2]
2. Добре наредени множества и принцип за доказване на техни свойства. Ординални числа, трансфинитна индукция и дефиниране чрез трансфинитна рекурсия. Аксиома за избора, лема на Цермело, лема на Цорн. [2]
3. Класическо съждително смятане – синтаксис и семантика. Формална система от Хилбертов тип. Теорема за компактност и пълнота. Компактност на логическото следване. [2]
4. Класическо предикатно смятане – синтаксис и семантика. Подструктури, термално породени подструктури, ербранови структури. Достатъчност на ербрановите структури за множества от затворени универсални формули. [5]
5. Пренексна нормална форма. Разширения на езици и обогатяване на структури. Скулемова нормална форма. Теорема на Ербран. [5]
6. Формална система от Хилбертов тип за класическото предикатно смятане. Теорема на Гьодел за пълнота. Теорема за компактност и теорема на Льовенхайм – Скулем. [2]
7. Метод на резолюцията за класическото предикатно смятане. Описание и пълнота. [5]
8. Примитивна рекурсия. Примитивна рекурсивност на някои аритметични функции. Едновременна и възвратна рекурсия. [1]
9. Частично-рекурсивни функции. S_m^n -теорема. Теорема за универсалната функция и нормален вид на ч.р.ф. Втора теорема за рекурсията. [1]
10. Рекурсивни и рекурсивно-номерируеми множества. Неразрешими проблеми. Теорема на Райс-Успенски. Теорема на Райс-Шапиро. [1]
11. Рекурсивни оператори. Първа теорема за рекурсията. [1]
12. Формална аксиоматична система на Робинсън за теорията на естествените числа. Представимост на gen , qt и β -функцията на Гьодел. [2]
13. Представимост на частично-рекурсивните функции в системата на Робинсън. [2]
14. Гьоделова номерация на термовете и формулите в системата на Робинсън. Рекурсивна номерируемост на кодовете на изводимите в системата формули. Теорема на Гьодел за непълнота. [2]
15. Аритметично представими множества и функции. Теорема на Тарски за множеството от кодовете на формулите, верни в стандартния модел на аритметиката. [2]
16. Модални логики. Семантика на Крипке. Пълнота и разрешимост на минималната модална логика и някои нейни разширения. [6]
17. Пропозиционална линейна темпорална логика. Пълнота и свойство на малките модели. [7]

Литература

1. Иван Сосков и Ангел Дичев, *Теория на програмите*. Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 1996.
2. Elliott Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, CRC Press, Taylor and Francis Group. Има превод на руски: Э. Мендельсон. *Введение в Математическую логику*. Наука, Москва, 1977.
3. П. Петков. *Елементи на математическата логика в задачи*. Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 1986.
4. И. Лавров и Л. Максимова. *Задачи по теорий множеств, математической логике и теории алгоритмов*. Наука, Москва, 1984.
5. Chin-Liang Chang and Richard Char-Tung Lee, *Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving*, Academic Press. Има превод на руски: Чень, Ч. и Р. Ли. *Математическая логика и автоматическое доказательство теорем*. Наука, Москва, 1983.
6. Hughes, G. E. and M. J. Cresswell. *A New Introduction to Modal Logic*. Routledge, 1998.
7. Orna Lichtenstein and Amir Pnueli, Propositional temporal logics: decidability and completeness, *Logic Journal of the IGPL* 8(1):55-85, 2000.

Изпитът е писмен и устен. На писмения изпит се дават два въпроса от конспекта и една задача. Устният изпит е събеседване по задачата и въпросите от конспекта.

21 февруари 2025 г.

Съставил:

(доц. д-р Димитър Гелев)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Алгебра и логика“ на 21.02.2025 г.

Ръководител секция:

(проф. дмн Емил Колев)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 28.02.2025 г. (протокол № 10).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на 07.03.2025 г. (протокол № 3).