

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:

(чл.-кор. П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ

за кандидат-докторантски изпит

по докторска програма Теория на вероятностите и математическа статистика
считано от 2025 година

1. Вероятностно пространство. Вероятностни мерки. Измерими функции.
2. Класическа вероятност. Условна вероятност. Формула за пълната вероятност. Теорема на Бейс. Независимост на събития.
3. Случайни величини. Функция на разпределение. Интегриране на случайни величини. Моменти. Математическо очакване и дисперсия. Неравенства на Марков и Чебишов.
4. Многомерни случайни величини. Съвместно разпределение. Ковариация и коефициент на корелация. Независимост на случайни величини. Равенство по разпределение.
5. Условно математическо очакване. Условно разпределение.
6. Дискретни случайни величини. Схема на Бернули. Биномно, геометрично, хипергеометрично, отрицателно-биномно, поасоново и полиномно разпределения. Теорема на Поасон. Пораждащи функции.
7. Непрекъснати случайни величини. Функция на плътност. Преобразования на случайни величини. Равномерно, нормално, експоненциално, Гама, χ^2 и Бета разпределения. Функции пораждащи моментите. Конволюция.
8. Видове сходимост на редици от случайни величини. Взаимоотношения между видовете сходимости.
9. Закони за големите числа.
10. Централна гранична теорема (условия на Линдeberg-Фелер, Моавър-Лаплас).
11. Основни задачи на математическата статистика. Видове статистически данни. Случайни извадки. Представяне на данните. Хистограма. Честотни разпределения. Описателни статистики. Мерки за положение и разсейване. Средно, мода и медиана. Дисперсия и размах. Квартили и квантили.
12. Точкови оценки. Състоятелност. Неизместеност. Ефективност. Неравенство на Рао-Крамер.
13. Методи за получаване на точкови оценки – метод на моментите, метод на максималното правдоподобие. Точкови оценки за параметрите на нормално разпределена променлива от популацията. Оценка за вероятността за „успех“.
14. Разпределение на средното при известна и неизвестна дисперсия. Теорема на Фишер. Размер на извадката.
15. Доверителни интервали. Доверителни интервали за средното, дисперсията и за вероятността за „успех“.

16. Статистически хипотези. Грешки. Лема на Нейман-Пирсън. Проверка на хипотези за средната и дисперсията на популацията. Проверка на хипотези за вероятността за „успех“.
17. Проверка на хипотези за разликата на средните при две независими извадки и при сдвоени извадки. Проверка на хипотези за равенство на две дисперсии и тест на Барлет за равенство на повече от две дисперсии при независими извадки.
18. χ^2 -критерий за проверка на съответствие. χ^2 тест за независимост на честотни таблици.
19. Брауново движение, геометрично Брауново движение. Дифузии на Ито. Формула на Ито.
20. Финансови деривати. Биномни модели за оценка на Европейски и Американски опции.
21. Модел на Блек-Шолс за оценка на опции, уравнение на Блек-Шолс, формула на Блек-Шолс
22. Управление на риска. Рискови мярки – VaR и AVaR (Expected Shortfall)

Препоръчителна литература

1. Димитров Б., Н. Янев. Вероятности и статистика. Изд. на СУ, 2008.
2. Billingsley, P. Probability and Measure. John Wiley & Sons, 3rd edition, 1995.
3. Feller, W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volumes I & II. John Wiley & Sons, 3rd edition, 1991.
4. Hogg, R.V., J.W. McKean, A.T. Craig. Introduction to Mathematical Statistics. Pearson, 8th edition, 2018.
5. Shreve, S. Stochastic Calculus for Finance Volumes I & II. Springer, 2004.

дата: 18.02.2025 г.

Съставил:

(проф. дмн Е. Стоименова)

(доц. Ц. Заевски)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Изследване на операциите, вероятности и статистика“ на 18.02.2025 г.

Ръководител секция:

(доц. Ц. Заевски)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 28.02.2025 г. (протокол № 10).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на 07.03.2025 г. (протокол № 3).