

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:

(чл.-кор. П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ

за кандидат-докторантски изпит

по докторска програма Математическо моделиране и приложение на математиката,
считано от 2025 година

1. Въведение в математическия анализ в крайномерни пространства. Непрекъснатост и производна на функция на n променливи. Тейлорови развития. [5]
2. Теорема за неподвижната точка. [5], [10]
3. Теорема за неявните функции. Теорема за обратните функции. [5]
4. Обикновени диференциални уравнения от първи ред. Основни понятия. Задача на Коши. Съществуване и единственост на решение. [6], [7]
5. Автономни системи обикновени диференциални уравнения. Стационарни решения. Основни фазови портрети на двумерни системи. [6], [7]
6. Устойчивост по Ляпунов на решение на автономна система обикновени диференциални уравнения. Функции на Ляпунов. [6], [7]
7. Числени методи за решаване на системи линейни уравнения. Методи на Гаус и Жордан. [1], [3]
8. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения. Метод на разполовяването. Метод на Нютон. Комбинирани методи. [1], [3]
9. Числено решаване на системи нелинейни уравнения. Метод на Нютон. Градиентни методи. [1], [3]
10. Метод на Ойлер за числено решаване на задачата на Коши за обикновени диференциални уравнения. [1], [2], [4]
11. Явни методи на Рунге-Кута за обикновени диференциални уравнения и системи обикновени диференциални уравнения от първи ред. [1], [2], [4]
12. Методи от тип на Адамс за обикновени диференциални уравнения от първи ред. Предикторно-коректорни методи. [1], [2], [4]
13. Диференчни методи за гранична задача за обикновени диференциални уравнения от втори ред. [1], [2], [4]
14. Вариационни методи за решаване на диференциални уравнения (метод на Ритц). [1], [2], [4]
15. Класификация на квазилинейните ЧДУ от втори ред. Постановка на задачата на Коши и на основни гранични задачи. Характеристики. [9]
16. Диференчни схеми за гранична задача за уравнението на Поасон. [1], [2], [4], [9]
17. Диференчни схеми за едномерното уравнение на топлопроводността. [1], [2], [4], [9]
18. Диференчни методи за уравнението на струната. [1], [2], [4]
19. Методи на крайните елементи за решаване на елиптични задачи. [8], [9]

Литература:

- [1] Б. Боянов, Лекции по числени методи, Дарба, София, 1995.
- [2] Ст. Димова, Т. Черногорова, А. Йотова, Числени методи за диференциални уравнения, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 2010.
- [3] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Първа част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [4] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Втора част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [5] Г. Е. Шилов: Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных. Наука, Москва, 1972.
- [6] J. K. Hale: Ordinary Differential Equations. Krieger Publ. Company, 1980.
- [7] S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Texts in Applied Math. 2, Springer, 1990.
- [8] G. Strang, G. Fix, Finite Elements, Wellesley-Cambridge Press, 2008.
- [9] S. Larsson, V. Thomée, Partial Differential Equations with Numerical Methods, Springer Berlin Heidelberg 2003.
- [10] A. L. Dontchev, Lectures on Variational Analysis, Applied Mathematical Sciences 205, 2021.

дата: 17.10.2024 г.

Съставил:
(доц. д-р Петър Рашков)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Математическо моделиране и числен анализ“ на 28.10.2024 г.

Ръководител секция:
(доц. д-р Милен Борисов)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Диференциални уравнения и математическа физика“ на 23.10.2024 г.

Ръководител секция:
(доц. д-р Георги Бояджиев)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 13.02.2025 г. (протокол № 7).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на 14.02.2025 г. (протокол № 2).

BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

Approved by:
(Prof. DSc P. Boyvalenkov, Director of IMI-BAS)

QUESTIONNAIRE
(List of selected questions) for PhD Entrance Exam
PhD Programme Mathematical Modeling and Applications of Mathematics,
effective from 2025

1. Introduction to mathematical analysis in finite-dimensional spaces. Continuity and derivative of a function of n variables. Taylor series. [5]
2. Fixed point theorems. [5]
3. Implicit function theorem. Inverse function theorem. [5], [10]
4. Ordinary differential equations of first order. Basic concepts. Cauchy's problem. Existence and uniqueness of a solution. [6], [7]
5. Autonomous systems of ordinary differential equations. Stationary solutions. Basic phase portraits of two-dimensional systems. [6], [7]
6. Lyapunov stability of a solution of an autonomous system of ordinary differential equations. Lyapunov functions. [6], [7]
7. Numerical methods for solving systems of linear equations. Gauss and Jordan methods. [1], [3]
8. Iterative methods for solving nonlinear equations. Bisection method. Newton's method. Combined methods. [1], [3]
9. Numerical solution of systems of nonlinear equations. Newton's method. Gradient methods. [1], [3]
10. Euler's method for numerically solving the Cauchy problem for ordinary differential equations. [1], [2], [4]
11. Explicit Runge-Kutta methods for ordinary differential equations and systems of ordinary differential equations of first order. [1], [2], [4]
12. Adams-type methods for ordinary differential equations of first order. Predictor-corrector methods. [1], [2], [4]
13. Difference methods for boundary value problem for ordinary differential equations of second order. [1], [2], [4]
14. Variational methods for solving differential equations (Ritz method). [1], [2], [4]
15. Classification of second order quasilinear PDEs. Formulation of the Cauchy problem and basic boundary value problems. Characteristics. [9]
16. Differencel schemes for the boundary value problem for the Poisson equation. [1], [2], [4], [9]
17. Difference schemes for the one-dimensional equation of heat conduction. [1], [2], [4], [9]
18. Difference methods for the string equation. [1], [2], [4]
19. Finite element methods for solving elliptic problems. [8], [9]

References

- [1] Б. Боянов, Лекции по числени методи, Дарба, София, 1995.
- [2] Ст. Димова, Т. Черногорова, А. Йотова, Числени методи за диференциални уравнения, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 2010.
- [3] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Първа част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [4] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Втора част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [5] Г. Е. Шилов: Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных. Наука, Москва, 1972.
- [6] J. K. Hale: Ordinary Differential Equations. Krieger Publ. Company, 1980.
- [7] S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Texts in Applied Math. 2, Springer, 1990.
- [8] G. Strang , G. Fix , Finite Elements, Wellesley-Cambridge Press, 2008.
- [9] S. Larsson, V. Thomée, Partial Differential Equations with Numerical Methods, Springer Berlin Heidelberg 2003.
- [10] A. L. Dontchev, Lectures on Variational Analysis, Applied Mathematical Sciences 205, 2021.

Date: 17.10.2024

Compiler:
(Assoc. Prof. PhD Peter Rashkov)

Discussed and approved at a meeting of the Department “Mathematical Modelling and Numerical Analysis”, held on 28.10.2024

Head of Department:
(Assoc. Prof. PhD Milen Borisov)

Discussed and approved at a meeting of the Department “Differential equations and mathematical physics”, held on 23.10.2024

Head of Department:
(Assoc. Prof. PhD Georgi Boyadzhiev)

Approved by the Board of Directors of IMI-BAS on 13.02.2025 (Minutes No. 7).

Accepted by the Scientific Council of IMI-BAS on 14.02.2025 (Minutes No. 2).