

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

Утвърдил:

(чл. кор. проф. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ

**за кандидат-докторантски изпит
по докторска програма Алгебра и теория на числата
считано от 2025 година**

1. Линейни оператори в крайномерно линейно пространство V ; матрица на линеен оператор относно базис на V , трансформация на матрицата при смяна на базиса. Пръстени и алгебри от линейни оператори, матрична реализация. Характеристичен полином и собствени стойности на линеен оператор и матрица. Обща и специална линейна група.
2. Полиноми и функции от матрици. Теорема на Хамилтън-Кейли.
3. Съществуване на жорданова нормална форма на линеен оператор в крайномерно пространство. Единственост на жордановата нормална форма.
4. Билинейни и квадратични форми. Симетрични и ермитови линейни оператори. Положително дефинитни реални квадратични форми.
5. Симетрични групи. Теорема на Кейли. Простота на алтернативните групи от степен ≥ 5 . Нормални подгрупи на симетричните групи.
6. Китайска теорема за остатъците. Директно произведение на пръстени. Сравнения, теорема на Ойлер-Ферма.
7. Символ на Лъожандър. Критерий на Ойлер. Гаусови суми. Закон на Гаус за квадратична реципрочност, доказателство чрез гаусови суми.
8. Теорема на Силов. Крайни p -групи: нетривиалност на центъра и нормалност на максималните подгрупи на крайна p -група.
9. Представяния на крайни групи. Теорема на Машке.
10. Основна теорема за крайно-породените абелеви групи.
11. Модули, подмодули и фактор-модули. Теорема за хомоморфизмите на модули. Лема на Шур за хомоморфизмите на неприводими модули.
12. Ньотерови пръстени. Теорема на Хилберт за базиса.
13. Крайно-породени комутативни алгебри над поле. Теорема на Хилберт за нулите.
14. Крайни и алгебрични разширения на полета. Съвършени полета, теорема за примитивния елемент. Съществуване и единственост на алгебрична обвивка (теорема на Щайниц).
15. Алгебрическа затвореност на полето на комплексните числа (теорема на Даламбер).
16. Нормални разширения. Поле на разлагане. Основна теорема на теорията на Галоа при съвършено основно поле.
17. Крайни полета, теорема за съществуване и единственост. Цикличност на мултипликативната група на крайно поле. Група от автоморфизми.
18. Циклотомични разширения, нормалност и абелевост на групата на Галоа.

Литература

1. М. Artin, Algebra, 2nd Ed., Pearson Prentice Hall, 2011.
2. Г. Генев, Ст. Миховски, Т. Моллов, Алгебра с теория на числата, „Наука и изкуство“, София, 1991.
3. Пл. Сидеров, Записки по алгебра – Линейна алгебра, Веди, София, 2001.
4. Пл. Сидеров, К. Чакърян, Записки по алгебра – групи, пръстени, полиноми, „Веди“, София, 2002.
5. А. Попов, Пл. Сидеров, К. Чакърян, Ръководство по висша алгебра – теория на Галоа, „Веди“, София, 2010.
6. М. И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков, Основы теории групп, Москва, 1972.
7. S. Lang, Algebraic Numbers, Addison-Wesley Series in Mathematics. Reading, Mass. etc.: Addison-Wesley Publishing Company, Inc. IX, 1964.
8. S. Lang, Algebra, 3rd revised edition, Graduate Texts in Math., New York, Springer, 2005.
9. A. I. Kostrikin, Yu. I. Manin, Linear algebra and geometry, (English translation), Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 1997.

Изпитът е писмен и устен. На писмения изпит се дават два въпроса от конспекта и една задача. Устният изпит е събеседване по задачата и въпросите от конспекта.

дата: 21.02.2025 г.

Съставил:

(акад. дмн Веселин Дренски)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Алгебра и логика“ на 21.02.2025 г.

Ръководител секция:

(проф. дмн Емил Колев)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 28.02.2025 г. (протокол № 10).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на 07.03.2025 г. (протокол № 3).