

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:
(проф. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ
за кандидат-докторантски изпит
по докторска програма Математическо моделиране и приложение на математиката
по допълнителен конкурс за учебната 2023/24 година
и по основен конкурс за учебната 2024/25 година

1. Въведение в математическия анализ в крайномерни пространства. Непрекъснатост и производна на функция на n променливи. Тейлорови развиятия. [5]
2. Теорема за неподвижната точка. [5]
3. Теорема за неявните функции. Теорема за обратните функции. [5]
4. Обикновени диференциални уравнения от първи ред. Основни понятия. Задача на Коши. Съществуване и единственост на решение. [6], [7]
5. Автономни системи обикновени диференциални уравнения. Стационарни решения. Основни фазови портрети на двумерни системи. [6], [7]
6. Устойчивост по Ляпунов на решение на автономна система обикновени диференциални уравнения. Функции на Ляпунов. [6], [7]
7. Числени методи за решаване на системи линейни уравнения. Методи на Гаус и Жордан. [1], [3]
8. Итерационни методи за решаване на нелинейни уравнения. Метод на разполовяването. Метод на Нютон. Комбинирани методи. [1], [3]
9. Числено решаване на системи нелинейни уравнения. Метод на Нютон. Градиентни методи. [1], [3]
10. Метод на Ойлер за числено решаване на задачата на Коши за обикновени диференциални уравнения. [1], [2], [4]
11. Явни методи на Рунге-Кута за обикновени диференциални уравнения и системи обикновени диференциални уравнения от първи ред. [1], [2], [4]
12. Методи от тип на Адамс за обикновени диференциални уравнения от първи ред. Предикторно-коректорни методи. [1], [2], [4]
13. Диференчни методи за гранична задача за обикновени диференциални уравнения от втори ред. [1], [2], [4]
14. Вариационни методи за решаване на диференциални уравнения (метод на Ритц). [1], [2], [4]
15. Класификация на квазилинейните ЧДУ от втори ред. Постановка на задачата на Коши и на основни гранични задачи. Характеристики. [10]
16. Диференчни схеми за гранична задача за уравнението на Поасон. [1], [2], [4], [10]
17. Диференчни схеми за едномерното уравнение на топлопроводността. [1], [2], [4], [10]
18. Диференчни методи за уравнението на струната. [1], [2], [4]
19. Методи на крайните елементи за решаване на елиптични задачи. [8], [9], [10]
20. Невронни мрежи. Обучение с невронни мрежи. [11]
21. Рекурентни невронни мрежи. Невронни мрежи на Хопфийлд. Невронни мрежи на Kohonen. [11]
22. Физично информирани невронни мрежи. [12]

Литература:

- [1] Б. Боянов, Лекции по числени методи, Дарба, София, 1995.
- [2] Ст. Димова, Т. Черногорова, А. Йотова, Числени методи за диференциални уравнения, Университетско издателство „Св. Климент Охридски”, 2010.
- [3] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Първа част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [4] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Втора част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [5] Г. Е. Шилов: Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных. Наука, Москва, 1972.
- [6] J. K. Hale: Ordinary Differential Equations. Krieger Publ. Company, 1980.
- [7] S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Texts in Applied Math. 2, Springer, 1990.
- [8] P. Ciarlet, The Finite Element Method for Elliptic Problems, SIAM-Philadelphia, 2002.
- [9] A. Em, J.-L.Guermond, Theory and Practice of Finite Elements, Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [10] S. Larsson, V. Thomée, Partial Differential Equations with Numerical Methods, Springer Berlin Heidelberg 2003.
- [11] J. Taylor, Neural Networks and their Applications, Willey, third edition, 2015.
- [12] M.Raissi, P.Perdikaris, G.E.Karniadakis, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, J. Computational Physics, 378(2019)686–707.

дата: 18.03.2024

Съставил: _____

(доц. д-р Петър Рашков)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Математическо моделиране и числен анализ“ на 18.03.2024 г.

Ръководител секция: _____

(проф. д-р Михаил Кръстанов)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Диференциални уравнения и математическа физика“ на 20.03.2024 г.

Ръководител секция: _____

(доц. д-р Георги Бояджиев)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 21.03.2024 г. (протокол № 13).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на 22.03.2024 г. (протокол № 3).

**BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND INFORMATICS**

Approved by:
(Prof. DSc P. Boyvalenkov, Director of IMI-BAS)

**QUESTIONNAIRE (List of selected questions)
for PhD Entrance Exam
PhD Programme Mathematical modeling and applications of mathematics
according to an additional competition for the school year 2023/2024
and competition for the school year 2024/2025**

1. Introduction to mathematical analysis in finite-dimensional spaces. Continuity and derivative of a function of n variables. Taylor series. [5]
2. Fixed point theorems. [5]
3. Implicit function theorem. Inverse function theorem. [5]
4. Ordinary differential equations of first order. Basic concepts. Cauchy's problem. Existence and uniqueness of a solution. [6], [7]
5. Autonomous systems of ordinary differential equations. Stationary solutions. Basic phase portraits of two-dimensional systems. [6], [7]
6. Lyapunov stability of a solution of an autonomous system of ordinary differential equations. Lyapunov functions. [6], [7]
7. Numerical methods for solving systems of linear equations. Gauss and Jordan methods. [1], [3]
8. Iterative methods for solving nonlinear equations. Bisection method. Newton's method. Combined methods. [1], [3]
9. Numerical solution of systems of nonlinear equations. Newton's method. Gradient methods. [1], [3]
10. Euler's method for numerically solving the Cauchy problem for ordinary differential equations. [1], [2], [4]
11. Explicit Runge-Kutta methods for ordinary differential equations and systems of ordinary differential equations of first order. [1], [2], [4]
12. Adams-type methods for ordinary differential equations of first order. Predictor-corrector methods. [1], [2], [4]
13. Difference methods for boundary value problem for ordinary differential equations of second order. [1], [2], [4]
14. Variational methods for solving differential equations (Ritz method). [1], [2], [4]
15. Classification of second order quasilinear PDEs. Formulation of the Cauchy problem and basic boundary value problems. Characteristics. [10]
16. Difference schemes for the boundary value problem for the Poisson equation. [1], [2], [4], [10]
17. Difference schemes for the one-dimensional equation of heat conduction. [1], [2], [4], [10]
18. Difference methods for the string equation. [1], [2], [4]
19. Finite element methods for solving elliptic problems. [8], [10]
20. Neural networks. Learning with neural networks. [11]
21. Recurrent neural networks. Hopfield neural networks. Kohonen neural networks [11]
22. Physically informed neural networks. [12]

References

- [1] Б. Боянов, Лекции по числени методи, Дарба, София, 1995.
- [2] Ст. Димова, Т. Черногорова, А. Йотова, Числени методи за диференциални уравнения, Университетско издателство „Св. Климент Охридски”, 2010.
- [3] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Първа част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [4] Б. Сендов, В. Попов: Числени методи. Втора част. Наука и изкуство, София, 1976.
- [5] Г. Е. Шилов: Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных. Наука, Москва, 1972.
- [6] J. K. Hale: Ordinary Differential Equations. Krieger Publ. Company, 1980.
- [7] S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Texts in Applied Math. 2, Springer, 1990.
- [8] P. Ciarlet, The Finite Element Method for Elliptic Problems, SIAM-Philadelphia, 2002.
- [9] A. Em, J.-L.Guermond, Theory and Practice of Finite Elements, Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [10] S. Larsson, V. Thomée, Partial Differential Equations with Numerical Methods, Springer Berlin Heidelberg 2003.
- [11] J. Taylor, Neural Networks and their Applications, Willey, third edition, 2015.
- [12] M.Raissi, P.Perdikaris, G.E.Karniadakis, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, J. Computational Physics, 378(2019)686–707.

Date:
18.03.2024

Compiler: _____
(Assoc. Prof. PhD Peter Rashkov)

Discussed and approved at a meeting of the Department “Mathematical Modelling and Numerical Analysis”, held on 18.03.2024

Head of Department: _____
(Prof. DSc M. Krastanov)

Discussed and approved at a meeting of the Department “Differential equations and mathematical physics”, held on 20.03.2024

Head of Department: _____
(Assoc. Prof. PhD G. Boyadzhiev)

Approved by the Board of Directors of IMI-BAS on 21.03.2024 (Minutes No. 13)

Accepted by the Scientific Council of IMI-BAS on 22.03.2024 (Minutes No. 3)