

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:

(проф. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

КОНСПЕКТ

за кандидат-докторантски изпит

по докторска програма: Теория на вероятностите и математическа статистика
по обявен основен конкурс за учебната 2023/2024 година
ДВ брой 69 / 11.08.2023 г.

1. Вероятност – емпирични основи. Класическа вероятност. Комбинаторика. Алгебра на събитията.
2. Независимост и условна вероятност. Теорема за пълната вероятност. Теорема на Бейс.
3. Безкрайна генерална съвкупност. Аксиоматика. Вероятностно пространство.
4. Случайни величини и разпределения. Математическо очакване и дисперсия. Свойства. Извадъчна функция на разпределение.
5. Многомерни случайни величини. Съвместни и условни разпределения. Зависимост и независимост. Корелация.
6. Дискретни случайни величини. Схема на Бернули. Биномно, геометрично, хипергеометрично и поасоново разпределения. Пораждащи функции. Теорема на Поасон.
7. Функция на разпределение. Теорема на Моавър-Лаплас. Доверителни интервали за вероятност.
8. Непрекъснати разпределения. Плътност и интеграл. Моменти. Характеристични функции.
9. Преобразования на случайни величини. Многомерно нормално разпределение. Гама и Бета – разпределения.
10. Някои специални разпределения: χ^2 -разпределение, Разпределение на Стюdent, Разпределение на Фишер.
11. Сходимост на случайни величини. Закон за големите числа. Централна гранична теорема.
12. Основни задачи на математическата статистика. Видове статистически данни. Случайни извадки. Представяне на данните. Хистограма. Честотни разпределения.
13. Описателни статистики. Мерки за положение и разсейване. Средно, мода и медиана. Дисперсия и размах. Квартили и квантили.
14. Точкови оценки. Състоятелност. Неизместеност. Ефективност. Неравенство на Рао-Крамер.

15. Методи за получаване на точкови оценки – метод на моментите, метод на максималното правдоподобие. Точкови оценки за параметрите на нормално разпределена променлива от популацията. Оценка за вероятността за „успех“.
16. Разпределение на средното при известна и неизвестна дисперсия. Теорема на Фишер. Размер на извадката.
17. Доверителни интервали. Доверителни интервали за средното, дисперсията и за вероятността за „успех“.
18. Статистически хипотези. Грешки. Лема на Нейман-Пирсън. Проверка на хипотези за средната и дисперсията на популацията. Проверка на хипотези за вероятността за „успех“.
19. Проверка на хипотези за разликата на средните при две независими извадки и при сдвоени извадки. Проверка на хипотези за равенство на две дисперсии и тест на Барлет за равенство на повече от две дисперсии при независими извадки.
20. χ^2 -критерий за проверка на съответствие. χ^2 тест за независимост на честотни таблици.

Препоръчителна литература

1. Димитров Б., Н.Янев, Вероятности и статистика, Изд.на СУ, 2008.
2. Hogg, McKean, Craig, Introduction to Mathematical Statistics, Eighth Edition, 2021
3. Ширяев, Вероятность, Москва, Наука, 1980
4. Jobson, J.D., Applied Multivariate Data Analysis, Springer Verlag, 1991.
5. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей, Москва, Наука, 1988

дата:

Съставил:

(проф. дмн Е. Стоименова)

Конспектът е обсъден и одобрен на заседание на секция „Изследване на операциите, вероятности и статистика“ на 28.02.2023 г.

Ръководител секция:

(проф. дмн Е. Стоименова)

Разгледан от Директорския съвет на ИМИ-БАН на г. (протокол №).

Приет от Научния съвет на ИМИ-БАН на г. (протокол №).

**BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND INFORMATICS**

Approved by:

(Prof. DSc P. Boyvalenkov, Director of IMI-BAS)

QUESTIONNAIRE (List of selected questions)

for PhD Entrance Exam

**PhD Programme: Probability Theory and Mathematical Statistics
according to an announced competition for the school year 2023/2024
(State Gazette No / from)**

1. Probability – empirical foundations. Classical probability. Combinatorics. Algebra of events.
2. Independence and conditional probability. Law of total probability. Bayes' theorem.
3. Infinite state space. Probability axioms. Probability space.
4. Random variables and probability distributions. Expected value and variance. Properties. Empirical distribution function.
5. Multivariate random variable. Joint and conditional probability distributions. Stochastic dependence and independence. Correlation.
6. Discrete random variables. Bernoulli trials. Binomial, geometric, hypergeometric and Poisson distributions. Probability-generating functions. Poisson limit theorem.
7. Cumulative distribution function. De Moivre-Laplace theorem. Confidence intervals for binomial proportion.
8. Continuous probability distributions. Probability density functions. Moments. Characteristic functions.
9. Functions of random variables. Multivariate normal distribution. Gamma and beta distributions.
10. Some special probability distributions: χ^2 -distribution, Student's t distribution, F-distribution.
11. Convergence of random variables. Law of large numbers. Central limit theorem.
12. Basic problems of mathematical statistics. Types of data. Random samples. Presentation of data. Histogram. Frequency distributions.
13. Descriptive statistics. Measures of central tendency and dispersion. Mean, mode и median. Variance and range. Quartiles and quantiles.
14. Point estimates. Consistency. Unbiasedness. Efficiency. Cramér–Rao lower bound.
15. Methods of finding point estimates – method of moments, method of maximum likelihood. Point estimates for the parameters of a normally-distributed population. Estimating the probability of “success”.
16. Distribution of the sample mean when the population variance is known or unknown. Fisher's theorem. Sample size determination.
17. Confidence intervals. Confidence intervals for the mean, variance and probability of “success”.

18. Statistical hypothesis testing. Type I and type II errors. Neyman-Pearson lemma. Testing hypotheses about the population mean and variance. Testing hypotheses about the probability of “success”.
19. Testing hypotheses about the difference of two means in independent or paired samples. Testing hypotheses about the equality of two population variances and Barlett’s test for equality of more than two population variances in independent samples.
20. χ^2 -test of association. χ^2 -test of independence in frequency tables.

References

1. Dimitrov , B. and Yanev, N., Probability and Statistics [in Bulgarian], SU Publishing House, 2008.
2. Hogg, McKean, Craig, Introduction to Mathematical Statistics, Eighth Edition, 2021.
3. Shiryaev, A.N., Probability [in Russian], Nauka, Moscow, 1980.
4. Jobson, J.D., Applied Multivariate Data Analysis, Springer Verlag, 1991.
5. Gnedenko, B.V. A Course in Probability Theory [in Russian], Nauka, Moscow, 1988.

Date:

Proposed by:

(Prof. DSc. E. Stoimenova)

Discussed and approved at a meeting of the Department of Operations Research, Probability and Statistics, held on 28.02.2023

Head of Department:

(Prof. DSc. E. Stoimenova)

Approved by the Board of Directors of IMI-BAS on (Minutes No.)

Accepted by the Scientific Council of IMI-BAS on (Minutes No.)