Несъществуване на глобални решения на задачата на Коши за полулинейното вълново уравнение

Докладът е посветен на един модел за разпространението на вълни в неограничена област при наличието на нелинеен източник, който е предложен от F. John през 1979 във вида

$$u_{tt} - \Delta_x u = |u|^p, \qquad x \in \mathbb{R}^3, \quad t > 0.$$

Тук Δ_x означава операторът на Лаплас в $\mathbb{R}^3$, а $p > 1$ описва нелинейността. За разлика от $\frac{d^2u}{dt^2} = |u|^p$, частното диференциално уравнение винаги има глобални решения с малки начални данни, когато степента $p > 1+\sqrt{2}$. Последното число не е случайно, защото се оказва, че някои решения с малки начални данни съществуват крайно време, когато $p \leq 1 + \sqrt{2}$.

Разгледани са обобщения на тази задача за източници $|u_t|^p$ и за променливи коефициенти в по-високи размерности с източник $|u|^p$, където критичната степен

$$p_0(n) = \frac{n + 1 + \sqrt{n^2 + 10n - 7}}{2(n-1)}$$

е открита от W. Strauss през 1981. Българските математици Владимир Георгиев и Николай Цветков са направили важни приноси към задачата за съществуване на глобални решения. Авторът има приноси към задачата за несъществуване, когато степента $p \leq p_0(n)$.