

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ  
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

сигнатура:				
4.5	МА	S	01	v1
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
<i>попълва се административно след приемане от НС на ИМИ</i>				

Утвърдил:

(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

**Учебна програма  
за специализиран докторантски курс**

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Математически анализ
тема:	Теория на потенциала
лектор:	Проф. Ралица Ковачева
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	+359 896309735, rkovach@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

### 1. Анотация

Основната цел на курса е да запознае слушателите с класическата теория на потенциала, както и с нейните приложения в теорията на апроксимациите с рационални функции в комплексната равнина. Изложението започва със супер(суб)хармонични функции и формулата на Поасон за хармонични функции. След запознаването с Борелеви мерки, се въвежда понятието логаритмичен потенциал. Изучават се неговите свойства, като се дефинира и Гриновия потенциал. След тези базови познания се преминава към някои приложения в теорията на рационалните апроксимации в комплексната равнина – скорост на приближение с рационални функции, характеризирани на приближаваните функции, апроксимации на Паде. В края на курса се дават насоки към съвременната теория на потенциала.

## 2. Необходими предварителни знания

Математически анализ, комплексен анализ в рамките на основните курсове във ФМИ на СУ.

## 3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на основните понятия и техники от теорията на класическата теория на потенциала. С тяхна помощ могат да бъдат решени задачи като „оптимално разпределение“ на точки на интерполация, както и на полюсите на апроксимиращи рационални функции и други. Познаването на класиката е базата към преминаването към съвременната теория на потенциала, на базата на която се въвеждат апроксимации на Ермит-Паде, с помощта на които се решават успешно проблеми от редица нови изследователски направления в медицината и индустрията.

## 4. Тематично съдържание

<i>тема</i>	<i>брой часове лекции</i>
Суб(супер)хармонични функции, формула на Поасон.	6
Бпрелева мярка и логаритмичен потенциал, принцип а понижението.	8
„Измитане“ на мерки и равновесна мярка..	8
Приближение с рационални функции с фиксирана степен на знаменателя. Апроксимации на Паде.	4
Приближение с рационални функции – реален случай, и теорията на потенциала.	4

## 5. Конспект

1. Хармонични функции – връзка с аналитичните функции, интеграл на Поасон, неотрицателни хармонични функции, теореми за сходимост на редици от хармонични функции.
2. Полу-непрекъснати функции – дефиниции, еквивалентност, примери, критерий за максимум/минимум, основни теореми.
3. Субхармонични функции – дефиниции, еквивалентност на дефинициите, примери, характеризиращи теореми, необходими и достатъчни условия за субхармоничност.
4. Функция на Грийн – класически и обобщен смисъл, формула на Грийн, основни примери.
5. Борелеви мерки – основни дефиниции, примери. Сходимост на редици от мерки. Връзка между линейни оператори и мерки.

6. Логаритмичен потенциал – дефиниции, основни свойства. Теорема на Руше за представянето на субхармонични функции чрез потенциали. Единственост на мерките и теорема на Еванс, хармонична мярка.
7. Равновесен логаритмичен потенциал и равновесна мярка. Теорема на Фростман и следствие. Константа на Робен. Непрекъснатост на равновесен потенциал. Пресмятане на логаритмичния потенциал в случая на окръжност и отсечка. Екстремални полиноми.
8. Измитане на мерки – дефиниции, основни свойства, основни примери.
9. Трансфинитен диаметър на компактно множество, връзка с капацитета, полиноми на Чебишев с нули на компакта, точки на Фекете, основни свойства.
10. Максимално сходящи полиноми. Интерполация и максимална сходимост на полиноми.
11. Приближение с рационални функции с фиксирана степен на знаменателя, скорост на приближението.
12. Теорема от типа на Йенч-Сегьо.
13. Полиноми и рационални функции на най-добро приближение, скорост на приближението.
14. Кондензатори, равновесни мерки на кондензатори, екстремални редици от рационални функции и скорост на приближението с рационални функции, хармонична мярка.
15. Класически и обобщени Паде рационални функции – дефиниции. Теорема от типа на Монтесу де Балор и на Х. Щал.

## 6. Препоръчана литература:

1. Н. С. Ландкоф, *Основы современной теории потенциала*, Наука, Москва, 1966.
2. T. Ransford, *Potential Theory in the Complex Plane*, Cambridge University Press, 1995.
3. E. B. Saff, V. Totik, *Logarithmic potentials with external field*, Springer, 1995.
4. M. Tsuji, *Potential theory in modern function theory*, Chelsea Publishing Company, New York, 1975.

## 7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен. На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта. На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

---

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 12.05.2020 г.

Ръководител секция:

(чл.-кор. О. Мушкаров)

---

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 14.05.2020 г. (протокол № 19).

---

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 15-18.05.2020 (протокол № 5).