

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

| сигнатура: | | | | |
|--|-----------------------|------------------------|-------|--------|
| 4.5 | GT | S | 03 | v1 |
| професионално направление | код на докт. програма | вид курс (базов/спец.) | номер | версия |
| <i>попълва се административно след приемане от НС на ИМИ</i> | | | | |

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

**Учебна програма
за специализиран докторантски курс**

| | |
|--|--|
| Област на висше образование: | 4. Природни науки, математика и информатика |
| професионално направление: | 4.5. Математика |
| докторска програма: | Геометрия и топология |
| тема: | Алгебрична топология |
| лектор: | проф. д-р Людмил Кацарков |
| данни за връзка с лектора (тел., имейл) | lkatzarkov@gmail.com ; +359 2 979 3866 |
| хорариум: | 30 часа лекции |
| кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН: | 20 |

1. Анотация

Основната цел на курса е да запознае слушателите с основите на алгебричната топология. Курсът е разделен условно на хомотопична и хомологична част. Въвеждат се основни понятия като фундаменталния групоид и група, накрытия и повдигания, както и по-висшите хомотопни групи и се доказват техни основни свойства. Освен това се разглеждат симплициалната, сингулярната и клетъчната хомологии, свързани посредством аксиомите

на Eilenberg-Steenrod. Дискутират се различни примери за изчисляването на топологични инварианти.

2. Необходими предварителни знания

Обща топология. Обща алгебра (групи, пръстени, полета, модули).

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на основните понятия от алгебричната топология. Придобиване на умения за използване и прилагане на основните техники и формализми на алгебричната топология към конкретни примери.

4. Тематично съдържание

| <i>тема</i> | <i>брой часове лекции</i> |
|---|---------------------------|
| Хомотопия. Хомотопичен тип на топологично пространство. Линейни категории и категории от хомотопии. Произведения, wedge и smash. Пространства от изображения. | 2 |
| Фундаментален групoid и фундаментална група. Теорема на Seifert-van Kampen. Фундаментална група на окръжността. | 2 |
| Накрития. Повдигания. Класификация на накритията. Универсално накритие. | 4 |
| Цилиндър на изображение. Провесване (suspension) на топологично пространство. Пространства на затворените криви (loop spaces). | 2 |
| Хомотопни групи. Точна редица на хомотопните групи. Теорема за изрязването. | 4 |
| Клетъчни комплекси. Симплициални комплекси. CW-комплекси. Ойлерова характеристика. Клетъчно приближаване. Пространства на Eilenberg-MacLane. | 8 |
| Сингулярна хомология. Връзка с хомотопия. Барицентрично делене, теорема за изрязване. Хомология с коефициенти. Мултипликативна структура. | 6 |
| Аксиоматична хомология. Аксиоми на Eilenberg-Steenrod. Редици на Mayer-Vietoris. | 2 |

5. Конспект

1. Топологични пространства с избрана точка. Топологични двойки. Произведения, wedge и smash. Ретракция, деформация, сечение. Пространства от изображения.
2. Фундаментален групоид и фундаментална група. Теорема на Seifert-van Kampen.
3. Накрития и deck трансформации. Класификация на накритията.
4. Повдигания. Универсално накритие.
5. Цилиндър на изображение, провесване (suspension) и пространство на затворените криви (loop spaces). Техни свойства.
6. Хомотопни групи. Точна редица на хомотопните групи.
7. Теорема на Blakers-Massey за изрязването. Приложения.
8. Клетъчни комплекси и CW-комплекси. CW-скелети.
9. Слаба хомотопна еквивалентност.
10. Клетъчно и CW-приближение на топологични пространства.
11. Пространства на Eilenberg-MacLane.
12. Сингулярна хомология. Връзка с фундаменталната група. Хомотопни свойства.
13. Барицентрично деление и теорема за изрязването при сингулярната хомология.
14. Сингулярна хомология с коефициенти. Теорема за универсалните коефициенти.
15. Теорема на Eilenberg-Zilber за сингулярната хомология на произведение на топологични пространства. Мултипликативна структура на сингулярната хомология.
16. Аксиоматична хомология, аксиоми на Eilenberg-Steenrod. Редици на Mayer-Vietoris.

6. Препоръчана литература:

1. Tammo tom Dieck – Algebraic Topology (2008)
2. Brayton Gray - Homotopy Theory, An Introduction to Algebraic Topology (1975)
3. George Whitehead - Elements of Homotopy Theory (1978)
4. Edwin Spanier - Algebraic Topology (1981)
5. Robert Switzer - Algebraic Topology (2002)

7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от комисията въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

| Отличен (6) | Мн.добър (5) | Добър (4) | Среден (3) | Слаб (2) |
|--|---|---|---|---|
| Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи. | Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи. | Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации. | Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи. | Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи. |

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 14.07.2020 г.

Ръководител секция:

(чл.-кор. Олег Мушкарров)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 16.07.2020 г. (протокол № 28).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 17.07.2020 г. (протокол № 8).