

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

сигнатура:				
4.5	ММAM	S	05	v1
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
попълва се административно след приемане от НС на ИМИ				

Утвърдил:

(чл.-кор. П. Бойваленов, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5 Математика
докторска програма:	Математическо моделиране и приложение на математиката
тема:	Теория на игрите
лектор:	проф. дмн Михаил Кръстанов
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	0884 31 97 35, krast@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Курсът е въведение в теорията на игрите с акцент върху строго математическото формулиране и анализ на стратегическо поведение. В началото се разглеждат игри с нулева сума между двама играчи, като се дефинират понятията стойност (цена) на играта и равновесие по Неш. Особено внимание се отделя на матрични игри и конкретни алгоритми за намиране на оптимални стратегии. След това се изучават би-матрични игри, като се доказва съществуването на равновесие по Неш.

Втората част на курса е посветена на кооперативни игри. Най-напред се разглеждат игри между двама играчи, като се дефинира решението на Неш и се доказва неговото съществуване. След това се анализират кооперативни игри с краен брой участници, зададени чрез характеристична функция. В тази връзка се въвеждат понятията ядро, решение на фон Нойман–Моргенщерн и вектор на Шепли, като се доказва съществуването им и се разглеждат основните им свойства.

Курсът съчетава теоретична строгост с конкретни примери и цели да изгради у студентите умения за математическо моделиране и анализ на стратегически ситуации в различни области на приложението.

2. Необходими предварителни знания

Необходими са основни познания по линейна алгебра и математически анализ в рамките на основните курсове във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

След завършване на курса студентите ще:

- познават и използват основните понятия от теорията на игрите, включително цена на игра, равновесие по Неш, ядро, вектор на Шепли и решение на Неш;
- умеят да формулират и анализират игри с нулева сума, би-матрични и кооперативни игри с краен брой участници;
- могат да доказват съществуване на решения и равновесия чрез математически методи;
- владеят техниките за намиране на равновесие в матрични и би-матрични игри;
- разбират и прилагат решенията на кооперативни игри, включително анализ на ядрото и изчисляване на вектора на Шепли;
- придобият умения за разпознаване и моделиране на стратегически взаимодействия в различни приложни контексти (икономика, социални науки, теория на вземане на решения и др.).

4. Тематично съдържание

тема	брой часове лекции
Игри с нулева сума между двама играчи: Формулировка на матрични игри. Оптимални стратегии и цена на играта. Равновесие по Неш при игри с нулева сума.	4
Би-матрични игри и равновесие по Неш: Определение и примери. Смесени стратегии. Теорема за съществуване на равновесие по Неш.	6
Кооперативни игри между двама играчи: Формулировка на кооперативна игра. Решение на Неш за двама играчи. Доказателство за съществуване на решение.	4
Кооперативни игри с краен брой участници: Представяне чрез характеристична функция. Основни свойства и примери	4
Въведение в концепцията за разпределение на печалбата: Ядро и решение на фон Нойман–Моргенщерн. Дефиниция и геометрична интерпретация на ядрото. Характеризация и условия за ненулево ядро.	6
Вектор на Шепли: Постулати на Шепли. Доказателство за съществуване. Примери и приложение	6

5. Конспект

1. Матрични игри с нулева сума. Основни понятия и дефиниции.
2. Оптимални стратегии и цена на игра. Теорема на фон Нойман.
3. Равновесие по Неш при игри с нулева сума между двама играчи.
4. Графичен метод за намиране на равновесие в матрични игри.
5. Смесени стратегии. Формулировка и свойства.
6. Би-матрични игри. Определение и примери.
7. Теорема за съществуване на равновесие по Неш при би-матрични игри.
8. Алгоритмични подходи за намиране на равновесие в би-матрични игри.
9. Кооперативни игри между двама играчи. Дефиниция и свойства.
10. Решение на Неш за кооперативна игра между двама играчи.
11. Теорема за съществуване на решение на Неш в кооперативни игри.
12. Кооперативни игри с краен брой участници. Характеристична функция.
13. Ядро на кооперативна игра. Дефиниция и геометрична интерпретация.
14. Решение на фон Нойман–Моргенщерн. Постулати и съществуване.
15. Вектор на Шепли: дефиниция, аксиоматичен подход и примери.

6. Препоръчителна литература:

1. Maschler, M., Solan, E., Zamir, S. – Game Theory, Cambridge University Press, 2013.
2. Leyton-Brown, K., Shoham, Y. – Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction, Morgan & Claypool, 2008.
3. Osborne, M. J., Rubinstein, A. – A Course in Game Theory, MIT Press, 1994.
4. Owen, G. – Game Theory, Academic Press, New York, 1982.
5. Shapley, L. S. – A Value for n-Person Games, Princeton University Press, 1953.
6. von Neumann, J., Morgenstern, O. – Theory of Games and Economic Behavior, Princeton University Press, 1944.

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

Няма специални изисквания.

8. Критерии за оценка

• Писмен изпит / Финален тест – 70%

- Теоретични знания: дефиниции, твърдения и доказателства (напр. равновесие по Неш, ядро, вектор на Шепли)
- Решаване на задачи с матрични, би-матрични и кооперативни игри
- Анализ на стратегии и интерпретация на резултати

• Работа с ресурси в Интернет – 20%

- Самостоятелно търсене и подбор на научна информация и учебни материали
- Анализ и синтез на открити ресурси, свързани с теорията на игрите
- Кратко писмено представяне или реферат на тема, избрана или зададена в курса

• Участие в занятия – 10%

- Активност при обсъждания и решаване на задачи
- Постоянство и ангажираност по време на курса
- Кратки устни изпитвания по време на курса

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Математическо моделиране и числен анализ“ на 10.06.2025 г.

Ръководител секция:

(доц. д-р Милен Борисов)

Разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 12.06.2025 г. (протокол № 25).

Приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 13.06.2025 г. (протокол № 7).