

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

сигнатура:				
4.5	GT	S	05	v1
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
<i>попълва се административно след приемане от НС на ИМИ</i>				

Утвърдил:
(проф. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Геометрия и топология
тема:	Диференциална геометрия на криви и повърхнини в пространство на Минковски
лектор:	Проф. Величка Милушева
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	Тел.: +359 2 979 3822 E-mail: vmil@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Основната цел на курса е да запознае слушателите с диференциалната геометрия на криви и повърхнини в 3-мерното пространство на Минковски. В началото на курса се въвеждат основните понятия, свързани с метриката в пространство на Минковски, като се разглеждат подробно пространствено-подобни, време-подобни и светлинно-подобни вектори и подпространства с техните свойства. Специално внимание се отделя на видовете изометрии в пространство на Минковски. Въвежда се триедър на Френе за различните видове криви и се извеждат формулите на Френе. Изучават се планарни криви с постоянна кривина. Разглежда се локалната теория на пространствено-подобни и време-подобни повърхнини и се въвеждат понятията средна кривина и Гаусова кривина за такива повърхнини. Дава се класификация

на пространствено-подобни и време-подобни омбилични повърхнини. Разглеждат се трите вида ротационни повърхнини в пространство на Минковски.

2. Необходими предварителни знания

Класическа диференциална геометрия в Евклидово пространство.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Придобиване на знания и умения за решаване на математически задачи в теорията на криви и повърхнини в 3-мерното пространство на Минковски.

4. Тематично съдържание

тема	брой часове лекции
Пространство на Минковски – основни понятия, пространствено-подобни, време-подобни и светлинно-подобни вектори и подпространства	6
Криви в пространство на Минковски	4
Повърхнини в пространство на Минковски	8
Пространствено-подобни повърхнини с постоянна средна кривина	6
Ротационни повърхнини в пространство на Минковски	6

5. Конспект

1. Пространство на Минковски – основни понятия.
2. Видове вектори и подпространства.
3. Изометрии в пространство на Минковски.
4. Локална теория на криви в пространство на Минковски.
5. Понятията кривина и торзия за различните видове криви.
6. Триедър на Френе и формули на Френе за различните видове криви.
7. Планарни криви с постоянна кривина.
8. Локална теория на пространствено-подобни и време-подобни повърхнини.
9. Понятията средна кривина и Гаусова кривина за различните видове повърхнини.
10. Класификация на пространствено-подобни и време-подобни омбилични повърхнини.
11. Пространствено-подобни повърхнини с постоянна средна кривина.
12. Транслационни повърхнини.
13. Ротационни повърхнини.

6. Препоръчана литература:

1. Lopez, R., Differential Geometry of Curves and Surfaces in Lorentz-Minkowski Space, International Electronic Journal of Geometry, (2014) Volume 7, No. 1, 44-107.
2. Nesovic, E., Petrovic-Torgasev, M., Verstraelen, L., Curves in Lorentzian spaces, Bolletino U.M.I. 8 (2005), 685-696.
3. O'Neill, B., Semi-Riemannian Geometry. With applications to relativity. Pure and Applied Mathematics, 103. Academic Press, Inc., New York, 1983.

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

Свободен достъп до интернет.

8. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен. На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта. На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса. Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5). Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6 или 5.50)	Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.
Мн. добър (5 или 4.50)	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.
Добър (4 или 3.50)	Владее голяма част от материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.
Среден (3)	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.
Слаб (2)	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“, проведено на 19.03.2024 г.

Ръководител секция: _____

(чл.-кор. Николай Николов)

Разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 21.03.2024 г. (протокол № 13).

Приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 22.03.2024 г. (протокол № 3).

**BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND INFORMATICS**

Signature:				
4.5	GT	S	05	v1
Professional Field	PhD Programme Code	Course Type	Number	Version
<i>To be filled in after the acceptance by the Scientific Council of IMI</i>				

Approved:
(Prof. DSc P. Boyvalenkov, Director of IMI-BAS)

Curriculum of a Specialized PhD Course

Higher Education Area:	4. Natural Sciences, Mathematics and Informatics
Professional Field:	4.5. Mathematics
PhD Programme:	Geometry and Topology
Theme:	Differential Geometry of Curves and Surfaces in Lorentz-Minkowski Space
Lecturer:	Prof. Velichka Milousheva
Contact Details of the Lecturer (phone, email):	Tel.: +359 2 979 3822 E-mail: vmil@math.bas.bg
Hours:	30 hours of lectures
Credits According to the Credit System of the Training Centre of BAS:	20

1. Annotation

The main goal of the course is to introduce the students to the differential geometry of curves and surfaces in 3-dimensional Minkowski space. At the beginning of the course, the basic concepts related to the metric in the Minkowski space will be introduced, and spacelike, timelike and lightlike vectors and subspaces with their properties will be considered in detail. Special attention will be paid to the isometries in the Minkowski space. A moving Frenet frame field for the different types of curves will be introduced and the corresponding Frenet formulas will be derived. Plane curves with constant curvature will also be considered. The local theory of spacelike and timelike surfaces will be developed and the concepts of mean curvature and Gaussian curvature for such surfaces will be introduced. The classification of spacelike and timelike umbilical surfaces will be considered. Three types of rotational surfaces in the Minkowski space will be studied.

2. Prerequisites

Classical differential geometry in Euclidean space.

3. Expected Learning Outcomes

Acquisition of knowledge and skills for solving mathematical problems in the theory of curves and surfaces in the 3-dimensional Minkowski space.

4. Topical Outline of Content

Topic	Hours Lectures
The Lorentz-Minkowski space - basic concepts, spacelike, timelike and lightlike vectors and subspaces.	6
Curves in Lorentz-Minkowski space.	4
Surfaces in Lorentz-Minkowski space.	8
Spacelike surfaces with constant mean curvature.	6
Rotational surfaces in Lorentz-Minkowski space.	6

5. Questionnaire (list of selected questions)

1. The Lorentz-Minkowski space - basic concepts.
2. Casual character of the vectors and subspaces.
3. Isometries in Lorentz-Minkowski space.
4. Local theory of curves in Lorentz-Minkowski space.
5. The concepts of curvature and torsion for the different types of curves.
6. Moving Frenet frame field and Frenet formulas for the different types of curves.
7. Plane curves with constant curvature.
8. Local theory of spacelike and timelike surfaces in Lorentz-Minkowski space.
9. The concepts of mean curvature and Gaussian curvature for the different types of surfaces.
10. Classification of spacelike and timelike umbilical surfaces.
11. Spacelike surfaces with constant mean curvature.
12. Translation surfaces.
13. Rotational surfaces.

6. References

1. Lopez, R., Differential Geometry of Curves and Surfaces in Lorentz-Minkowski Space, International Electronic Journal of Geometry, (2014) Volume 7, No. 1, 44-107.
2. Nesovic, E., Petrovic-Torgasev, M., Verstraelen, L., Curves in Lorentzian spaces, Bolletino U.M.I. 8 (2005), 685-696.
3. O'Neill, B., Semi-Riemannian Geometry. With applications to relativity. Pure and Applied Mathematics, 103. Academic Press, Inc., New York, 1983.

7. Resource provision of training

Free internet access.

8. Evaluation criteria

The exam shall continue 4 hours and shall consists of two parts – written and oral. At the written exam, the PhD student presents his/her ideas and concepts on two given questions from the questionnaire. At the oral exam, the PhD student answers questions asked by the jury related to the topic of the course.

The final grade is from 2 to 6 (to the nearest 0.5). It is formed on the basis of the following correspondence:

Excellent (6 or 5.50)	Excellent command of the material. Comprehensive, consistent, competent, logical and harmonious presentation. Proper justification of the proposed solutions, good summary and presentation of the material without making mistakes. Good necessary skills to perform practical tasks.
Very good (5 or 4.50)	Satisfactory command of the material. Correct explanation without significant inaccuracies. Proper application of the theoretical principles and appropriate performance of practical tasks.
Good (4 or 3.50)	Good command of the material, but with inaccuracies in the presentation and in the answers to questions. There are some ambiguities in attempts to apply the material in practical situations.
Average (3)	Limited command of the material, difficulties in the individual details. Inaccuracies in the wording and inconsistency in the presentation of the material. Difficulties in the performing of practical tasks.
Weak (Failing grade) (2)	A significant part of the material is not known, serious mistakes are made, and the practical tasks are performed with great difficulty.

The curriculum was discussed and approved at a meeting of the Department “Analysis, Geometry and Topology”, held on 19.03.2024

Head of Department: _____

(Prof. Nikolai Nikolov)

Approved by the Board of Directors of IMI-BAS on 21.03.2024 (Minutes No. 13)

Accepted by the Scientific Council of IMI-BAS on 22.03.2024 (Minutes No. 3)