БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

сигнатура:				
4.5	**MA**	**S**	**04**	**v1**
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
попълва се административно след приемане от НС на ИМИ				

Утвърдил:
(проф. дмн П. Бойваленков, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4.Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5 Математика
докторска програма:	Математически анализ
тема:	Линейни топологични пространства
лектор:	проф. дмн Денка Куцарова
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	denka@illinois.edu
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Предлаганият курс е естествено продължение на курса Увод във функционалния анализ. Курсът предлага основни знания за всеки, който ще използва, прилага или развива резултати и методи от тази основна област на съвременната математика. Сериозно внимание е обърнато на слабите топологии, както и на теоремите, свързани с екстремни точки, и някои техни приложения. Вижте конспекта за описание на засегнатите теми.

2. Необходими предварителни знания

ДИС1, ДИС2, елементарни познания по функционален анализ (най-добре УФА)

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на знания и умения в областта на функционалния анализ и развиване на способност за формулиране и решаване на проблеми

4. Тематично съдържание

тема	брой часове лекции
Линейни топологични пространства. Слаби топологии.	6
Екстремни точки, теорема на Крейн-Милман.	6
Теореми на Еберлейн-Шмулян. Свойство на Шур.	6
Теорема на Рис за представяне на непрекъснатите линейни функционали в $C_0(X)$, където X е локално компактно топологично пространство	6
Равномерна изпъкналост на нормата	6

5. Конспект

1. Линейни топологични пространства
2. Локално изпъкнали линейни топологични пространства. Метризуемост и нормируемост.
3. Теорема на Хан-Банах и отделимост в линейни топологични пространства. Слаби топологии. Основни свойства. Дуалност.
4. Поляра. Теорема за биполярата. Теорема на Банах-Алаоглу. Теорема на Голдщайн
5. Екстремни точки, теорема на Крейн-Милман. Приложение: обобщена теорема на Стоун-Вайерщрас
6. 6. Още едно приложение: теорема на Ляпунов (изпъкналост на образа на векторнозначни мерки) и бенг-бенг принцип в оптималното управление.
7. Теореми на Еберлейн-Шмулян. Свойство на Шур.
8. Опорни точки и опрни функционали. Теореми на Бишоп-Фелпс. Вариационен принцип на Екеланд. Приложения.
9. Положителни мерки върху локално компактно топологично пространство. Теорема на Рис за представяне на положителните линейни функционали. Регулярни мерки и берови мерки.
10. Комплексни мерки. Пълна вариация на комплексна мярка. Теорема на Рис за представяне на непрекъснатите линейни функционали в C0(X), където X е локално компактно топологично пространство.
11. Диференцируемост на нормата , диференцируемост на нормата по Фреше и Гато. Изпъкналост на нормата. Тест на Шмулян.
12. Равномерна изпъкналост на нормата. Равномерна изпъкналост в хилбертови пространства, равномерна изпъкналост и рефлексивност.
13. Равномерна изпъкналост на нормата на Lp.
14. Теорема на Джеймс за слабите компакти.

Препоръчана литература:

1. Marian Fabian, Petr Habala, Petr Hajek, Vicente Montesinos Santalucia, Jan Pelant, Vaclav Zizler, Functional Analysis and Infinite-Dimensional Geometry (CMS Books in Mathematics), Springer, 2001
1. У. Рудин. Функциональный анализ, Мир, М., 1975.
2. R.B.Holmes, Geometric Functional Analysis and its Applications, Springer-Verlag, 1975.

6. Ресурсно осигуряване на обучението:

Няма

7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.
На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта. На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса. Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5). Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6 или 5.50)	Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.
Мн. добър (5 или 4.50)	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.
Добър (4 или 3.50)	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.
Среден (3)	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.
Слаб (2)	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 04.07.2023 г.

Ръководител секция: ____________

(чл.-кор. Николай Николов)

Разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 06.07.2023 (протокол № 27).

Приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 07.07.2023 (протокол № 7).

BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

Signature:				
4.5	**MA**	**S**	**04**	**v1**
Professional Field	PhD Programme Code	Course Type	Number	Version
To be filled in after the acceptance by the Scientific Council of IMI				

Approved:
(Prof. DSc P. Boyvalenkov, Director of IMI-BAS)

Curriculum
of a Specialized PhD Course

Higher Education Area:	4. Natural sciences, mathematics and informatics
Professional Field:	4.5 Mathematics
PhD Programme:	Mathematical analysis
Theme:	Functional analysis
Lecturer:	Denka Kutzarova
Contact Details of the Lecturer (phone, email):	denka@illinois.edu
Hours:	30 hours of lectures
Credits According to the Credit System of the Training Centre of BAS:	20

1. Annotation

The announced course is a natural continuation of the course "Introduction to functional analysis". It offers basic knowledge to those, who will use, apply or develop results and methods from this basic area of the contemporary mathematics. A substantial attention is paids to the weak topologies, as well as to the theorems, related to extremal points and their applications. See the syllabus for a description of the topics under consideration.

2. Prerequisites

Differential and Integral Calculus 1, Differential and Integral Calculus 2, elementary acquaintance with functional analysis (best - Introduction to Functional Analysis)

3. Expected Learning Outcomes

Knowledge acquisition in the area of the functional analysis and developing an ability to formulate and solve problems.

4. Topical Outline of Content

Topic	Hours Lectures
Linear topological spaces. Locally convex linear topological spaces. Metrizability and normability.	6
Extremal points, Krein-Milman Theorem.	6
Eberlein-Smulian Theorems. Schur property.	6
Riesz Representability Theorem for positive linear functionals. Regular and Borel measures.	6
Uniform convexity of the norm.	6

5. Questionnaire (list of selected questions)

1. Topological spaces. Net convergence. Tikhonov theorem. Linear topological spaces
2. Locally convex linear topological spaces. Metrizability and normability.
3. Hahn-Banach Theorem and separability in linear topological spaces. Weak topologies. Basic Properties. Duality.
4. Polaris. Bipolar Theorem. Banach-Alaoglu Theorem. Goldstein Theorem.
5. Extremal points, Krein-Milman Theorem. Application: generalized Stone-Weierstrass Theorem.
6. One more application: Lyapunov Theorem (convexity of the image of a vector-valued measure) and bang-bang principle in optimal control.
7. Eberlein-Smulian Theorems. Schur property.
8. Support points and support functionals. Bishop-Phelps Theorems. Ekeland's variational principle. Applications.
9. Positive measures on a locally compact topological space. Riesz Representability Theorem for positive linear functionals. Regular and Borel measures.
10. Complex measures. Full variation of a complex measure. Riesz Representability Theorem for continuous linear functionals in C0(X), where X is a locally compact topological space.
11. Differentiability of the norm, Frechet and Gateaux differentiability of the norm. Convexity of the norm. Schmulian's test.
12. Uniform convexity of the norm. Uniform convexity in Hilbert spaces, uniform convexity and reflexivity.
13. Uniform convexity of the norm in Lp.
14. James' Weak Compactness Theorem.

6. References

1. Marian Fabian, Petr Habala, Petr Hajek, Vicente Montesinos Santalucia, Jan Pelant, Vaclav Zizler, Functional Analysis and Infinite-Dimensional Geometry (CMS Books in Mathematics), Springer, 2001
2. У. Рудин. Функциональнӹй анализ, Мир, М., 1975.
3.R.B.Holmes, Geometric Functional Analysis and its Applications, Springer-Verlag, 1975.

7. Resource provision of training

No

8. Evaluation criteria

The exam shall continue 4 hours and shall consists of two parts – written and oral.
At the written exam the PhD student presents his/her ideas and concepts on two given questions from the questionnaire. At the oral exam, the PhD student answers questions asked by the jury related to the topic of the course. The final grade is from 2 to 6 (to the nearest 0.5). It is formed on the basis of the following correspondence:

Excellent (6 or 5.50)	Excellent command of the material. Comprehensive, consistent, competent, logical and harmonious presentation. Proper justification of the proposed solutions, good summary and presentation of the material without making mistakes. Good necessary skills to perform practical tasks.
Very good (5 or 4.50)	Satisfactory command of the material. Correct explanation without significant inaccuracies. Proper application of the theoretical principles and appropriate performance of practical tasks.
Good (4 or 3.50)	Good command of the material, but with inaccuracies in the presentation and in the answers to questions. There are some ambiguities in attempts to apply the material in practical situations.
Average (3)	Limited command of the material, difficulties in the individual details. Inaccuracies in the wording and inconsistency in the presentation of the material. Difficulties in the performing of practical tasks.
Weak (Failing grade) (2)	A significant part of the material is not known, serious mistakes are made and the practical tasks are performed with great difficulty.

The curriculum was discussed and approved at a meeting of the Department "Analysis, Geometry and Topology" held on 04.07.2023

Head of Department: _____________
(Prof. N. Nikolov)

Approved by the Board of Directors of IMI-BAS on 06.07.2023 (Minutes No. 27)

Accepted by the Scientific Council of IMI-BAS on 07.07.2023 (Minutes No. 7)