

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Теория на вероятностите и математическа статистика
тема:	Робастна непараметрична статистика
лектор:	проф. дмн Евгения Стоименова
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	Тел.: 0889 508 939 Email: jeni@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Курсът има за цел да запознае докторантите с робастен подход за статистическо моделиране и анализ на данни. Разглеждат се методи за получаване на надеждни оценки за параметри и свързаните с тях доверителни интервали в разнообразни статистически модели. Робастните методи са подходящи в ситуации, когато изследваната характеристика не следва нормално разпределение, и са средство за намиране на несъгласувани наблюдения в данните. Използваните статистики обикновено се основават на класически оценки и имат за цел да дадат числови или графични улики за откриване на отклонения в данните от даден предполагаем модел.

2. Необходими предварителни знания

Изискват се основни познания по теория на вероятностите, математическа статистика, математически анализ и линейна алгебра.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Докторантите ще усвоят използване на робастни методи като мощен инструмент за повишаване на надеждността и точността на статистическото моделиране при анализа на данни. За всеки от разгледаните модели те ще придобият: концептуално и теоретично разбиране на основните проблеми при съставянето на оценки, способността за сравняване на няколко оценки, както и знания за численото пресмятане на представените оценки.

4. Тематично съдържание

Тема	брой часове лекции
Класически и робастни подходи в статистиката. М-оценки за местоположение и мащаб	4
Прагова точка на регресионни М-оценки и робастни тестове за линейни хипотези	4
Оценки базирани на робастност на мащаба на остатъците	2
Прагова точка, ефективност и асимптотично отклонение на многомерни М-оценки	4
Робастни оценки за обобщени линейни модели	4
М-оценки в класически модели за времеви редове. Обобщени М-оценки.	4
Робастна оценка на спектралната плътност	2
Числени алгоритми за робастни оценки	2
Асимптотична теория за М-оценки	4

5. Конспект

1. Класически и робастни подходи в статистиката (Средна стойност, Стандартно отклонение, Коефициенти на корелация, Линейна регресия).
2. М-оценки за местоположение и мащаб. Тримирани средни стойности и оценки за дисперсията. Изчисляване на М-оценки. Робастни доверителни интервали и тестове.
3. Измерване на робастност чрез функцията на влияние и праговата точка. Максимално асимптотично отклонение. “Оптимална” робастност. Многомерни параметри. Оценки като функционали.
4. Класически методи за откриване на несъгласувани наблюдения в линейна регресия. Регресионни М-оценки с известен мащаб и с предварително зададен мащаб.
5. Числено пресмятане на монотонни М-оценки. Прагова точка на монотонни регресионни оценки. Робастни тестове за линейни хипотези. Регресионни квантили.
6. Линеен регресионен модел със случайни предиктори. Свойства на М-оценки с ограничена ρ -функция (Прагова точка, Функция на влияние, Асимптотична нормалност). ММ-оценки.

7. Оценки базирани на робастност на мащаба на остатъците (S-оценки, L-оценки за мащаб и LTS оценки, подобряване на ефективността с едностъпково претегляне). Числено пресмятане на оценки базирани на робастни мащаби. Робастни доверители интервали и тестове за M-оценки.
8. “Оптимални” низходящи M-оценки. Точна съгласуваност. Обобщени M-оценки.
9. Прагова точка и ефективност на многомерни оценки. Многомерни M-оценки (Колинеарност, размер и форма, Прагова точка). S-оценки за висока размерност. Оценка на Stahel–Donoho.
10. Асимптотично отклонение на многомерни оценки. Числено пресмятане на многомерни оценки (Монотонни M-оценки, Локални решения за S-оценки, MVE, MCD, Оценка на Stahel–Donoho).
11. Сравнения на многомерни оценки. Робастни оценки на корелационната матрица. Робастен анализ на главните компоненти.
12. Робастни оценки за обобщени линейни модели (Робастни оценки за логистичния модел, Претеглени MLEs, Низходящи M-оценки).
13. Несъгласувани наблюдения във времеви редове и тяхното въздействие. Класически оценки за AR и ARMA модели. M-оценки за ARMA модели. Обобщени M-оценки.
14. Робастно AR оценяване чрез робастни филтри. Робастни автокорелационни и частични автокорелационни оценки. Робастно ARMA оценяване чрез робастни филтри (τ -оценки на ARMA модели, Робастно филтрирани τ -оценки).
15. Засичане на несъгласувани наблюдения във времеви редове и ниво на изместване. Робастни мерки за времеви редове (Функция на влияние, Максимално отклонение, Прагова точка, Криви на максимално отклонение за модела AR(1)). Оценки базирани на робастни автоковарияции.
16. Високоэффективни робастни оценки за местоположение. Робастна оценка на спектралната плътност (Класически и робастни методи за оценяване на спектралната плътност, Влияние на несъгласуваните наблюдения над оценките за спектралната плътност).
17. Числени алгоритми за робастни оценки (Регресионни M-оценки, Регресионни S-оценки, LTS-оценки, M-оценки за мащаба, Многомерни M-оценки, Многомерни S-оценки).
18. Асимптотична теория за M-оценки (Съществуване и единственост на решенията, Състоятелност, Асимптотична нормалност, M-оценки на няколко параметъра, Тримирани средни стойности, Оптималност на MLE, Несъществуване на моментите на извадъчната медиана).

6. Препоръчана литература:

1. R. A. Maronna, R.D. Martin, V.J. Yohai (2006). *Robust Statistics: Theory and Methods*, Wiley
2. P.J. Huber (1981). *Robust Statistics*, Wiley
3. F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rousseeuw, W.A. Stahel (1986). *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*, Wiley
4. Jurečková, Pranab K. Sen, J. Picek (2012). *Methodology in Robust and Nonparametric Statistics*, Chapman & Hall/CRC

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

Не е необходимо.

8. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът решава 3 задачи по темата на курса и развива своите идеи и концепции по един въпрос от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Изследване на операциите, вероятности и статистика“ на 10.03.2020 г.

Ръководител секция:

(проф. д-р Николай Живков)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 12.03.2020 г. (протокол № 10).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 13.03.2020 г. (протокол № 4).