

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5 Математика
докторска програма:	Диференциални уравнения
тема:	Уравнения на математическата физика и приложения
лектор:	Проф. дмн Анжела Славова
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	+ 359 2 979 28 41, slavova@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Известно е, че голям брой от природните явления не са статични, а зависят както от моментните стойности на дадени величини, така и от вида на тяхното изменение. Математически такива явления се налага да бъдат описвани с диференциални уравнения и изградените с тяхна помощ математически модели. По този начин са дефинирани много от фундаменталните закони на физиката и химията, а в биологията и икономиката с диференциални уравнения се моделира поведението на системи с голяма сложност. В много случаи напълно различни задачи от несвързани помежду си научни области могат да бъдат сведени до едни и същи диференциални уравнения. Например, разпространението на светлината и звука във въздуха и на вълните по водната повърхност могат да бъдат описани с едно и също частно диференциално уравнение — вълновото уравнение. Топлообменът, чиято теория е разработена от Жозеф Фурие в началото на 19 век, се описва с друго частно диференциално уравнение от втори ред — уравнението на топлопроводимостта. Впоследствие се оказва, че със същото или със сходни уравнения могат да бъдат описани много други процеси като брауновото движение (уравнение на Фокер-Планк) или поведението на финансовите пазари в модела на Блек-Шоулс.

В предлагания докторантски курс ще се направи въведение в уравненията на математическата физика, както и някои приложения в математическата биология, финансовата математика, невронауките.

2. Необходими предварителни знания

Необходими са предварителни знания по математически анализ, обикновени и частни диференциални уравнения, програмиране на системите MATLAB, MAPLE.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

В края на курса на обучение докторантите ще бъдат компетентни в областта на уравненията на математическата физика. Приложенията, които ще бъдат представени по време на курса ще дадат възможност на докторантите практически да могат да моделират и решават широк спектър от приложни задачи от различните клонове на науката.

4. Тематично съдържание

№	тема	брой часовے лекции
1	Линейни диференциални уравнения от ред n . Линейни хомогенни уравнения. Линейни нехомогенни уравнения. Уравнения с постоянни коефициенти. Нехомогенни уравнения с дясна част квазиполином.	2
2	Нормални системи. Съществуване и единственост на решението на задача на Коши за нормални системи. Линейни системи. Теорема за съществуване и единственост.	2
3	Автономни системи. Фазови портрети на линейните автономни системи в равнината.	2
4	Частни диференциални уравнения от първи ред. Квазилинейни уравнения.	2
5	Нелинейни частни диференциални уравнения от първи ред. Задача на Коши.	2
6	Задачи на математическата физика.	2
7	Елиптични уравнения, формули на Грин, свойства на фундаменталното решение на уравнението на Лаплас. Хармонични функции, свойства, принцип на максимума.	2
8	Параболични уравнения, принцип на максимума за гранични задачи и за задача на Коши. Свойства на фундаменталното решение на уравнението на топлопроводността.	2

9	Съществуване на решение за задачата на Коши за вълновото уравнение, формула на Кирхоф. Свойства на фундаменталното решение на вълновия оператор, смесена задача за хиперболични уравнения. Устойчивост на Ляпунов по първо приближение. Орбитална устойчивост. Функция на Ляпунов.	2
10	Приложения в математическата биология.	2
11	Аналитични методи за изучаването на уравнението на Бляк-Шолс.	2
12	Обобщено уравнение на Бляк-Шолс.	2
13	Невронни мрежи. Видове. Обучение с невронни мрежи.	2
14	Рекурентни невронни мрежи. Невронни мрежи на Хопфийлд.	2
15	Клетъчно невронни мрежи. Динамични системи описващи мрежите.	2

5. Конспект

1. Уравнения от вида $y' = F(x, t)$. Теорема за съществуване. Теорема за единственост.
2. Уравнения от вида $F(x, y, y') = 0$. Обикновени и особени точки.
3. Линейни диференциални уравнения от ред n . Линейни хомогенни уравнения. Линейни нехомогенни уравнения.
4. Уравнения с постоянни коефициенти. Нехомогенни уравнения с дясна част квазиполином.
5. Физически уравнения водещи до диференциални уравнения с постоянни коефициенти.
6. Нормални системи. Съществуване и единственост на решението на задача на Коши за нормални системи.
7. Линейни системи. Теорема за съществуване и единственост.
8. Хомогенни линейни системи. Нехомогенни системи. Метод на Лагранж.
9. Непрекъснатост спрямо начални условия и параметър на решенията.
10. Автономни системи. Фазови портрети на линейните автономни системи в равнината.
11. Инвариантни многообразия. Система на Лотка-Волтера.
12. Общото уравнение на Нютон върху числовата права.
13. Частни диференциални уравнения от първи ред.
14. Квазилинейни уравнения.
15. Нелинейни частни диференциални уравнения от първи ред. Задача на Коши.
16. Задачи на математическата физика.
17. Елиптични уравнения, формули на Грин, свойства на фундаменталното решение на уравнението на Лаплас. Хармонични функции, свойства, принцип на максимума.

18. Параболични уравнения, принцип на максимума за гранични задачи и за задача на Коши. Свойства на фундаменталното решение на уравнението на топлопроводността.
19. Съществуване на решение за задачата на Коши за вълновото уравнение, формула на Кирхоф. Свойства на фундаменталното решение на вълновия оператор, смесена задача за хиперболични уравнения.
20. Устойчивост на Ляпунов по първо приближение.
21. Орбитална устойчивост. Функция на Ляпунов.
22. Метод на малкия параметър.
23. Приложения в математическата биология.
24. Аналитични методи за изучаването на уравнението на Бляк-Шолс. Трансформация на Фурие и комплексен анализ.
25. Нестационарно уравнение на Бляк-Шолс и константни бариерни функции.
26. Обобщено уравнение на Бляк-Шолс.
27. Оценка на Европейски опции и обобщено уравнение на Бляк-Шолс.
28. Невронни мрежи. Видове. Обучение с невронни мрежи.
29. Рекурентни невронни мрежи. Невронни мрежи на Хопфийлд.
30. Клетъчно невронни мрежи. Динамични системи описващи мрежите.

6. Препоръчана литература:

1. Т. Генчев, Обикновени диференциални уравнения, София, 1987.
2. Т. Генчев, Частни диференциални уравнения, НИ, София, 1976.
3. В. Владимиров, Уравнения математической физики, Наука, Москва, 1976.
4. S. Boyarchenko, S. Levendorskii, Non-Gaussian Merton-Black-Scholes theory, World Scientific, 2002.
5. A. Slavova, Cellular Neural Networks: Dynamics and Modeling, Kluwer Academic Publisher, 2003.

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

Компютърна система с необходимия софтуер за програмиране на MATLAB, MAPLE, многофункционално устройство.

8. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи.	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Диференциални уравнения и Математическа физика“ на 04.03.2020 г.

Ръководител секция:

(проф. дмн Анжела Славова)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 12.03.2020 г. (протокол № 10).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 13.03.2020 г. (протокол № 4).