

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Геометрия и топология
тема:	Криви и повърхнини в барицентрични координати
лектори:	Проф. Величка Милушева Доц. Милен Христов
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	+359 2 979 2807, vmil@math.bas.bg; m.hristov@uni-vt.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Барицентричната геометрия (геометрията на масите) е един добре развит и известен векторно-алгебричен метод за изследване на геометрията на триъгълника, тетраедъра и въобще на $(n+1)$ -мерния симплекс в n -мерно проективно разширено реално афинно пространство. Целта на курса е: 1) да се изследва свързаната с барицентричните координати матрична група на Ли от стохастичен тип и нейната алгебра, 2) да се посочат основните вложения – хомогенно и барицентрично на n -мерно проективно пространство в $(n+1)$ -мерно афинно такова, 3) в тримерния случай да се изследва от диференциално-геометрична гледна точка връзката между инвариантите на крива и на повърхнина зададена в хомогенно вложеното и техните проектирани образи в барицентрично вложеното афинно пространство, 4) да се намерят инвариантите на траекториите на барицентрични крива и повърхнина под действието на матричната група на Ли от стохастичен тип, 5) да се обсъдят естествените обобщения на разгледаната техника в афинни пространства с размерност по-висока от три.

2. Необходими предварителни знания

Алгебра, математически анализ и диференциална геометрия в рамките на основните университетски курсове за факултетите по Математика и Информатика.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на основните понятия и техники от теорията на групите и алгебрите на Ли. Придобиване на умения за използване и прилагане на усвоените понятия конкретно за матричната група на Ли от стохастичен тип и изследване на орбити на точки и траектории на криви и повърхнини под нейното действие. Изграждане на умения за паралелен подход според начина на влагане – хомогенно или барицентрично, при решаване на задачи от теорията на кривите и хиперповърхнините.

4. Тематично съдържание

<i>тема</i>	<i>брой часове лекции</i>
Групи и алгебри на Ли.	6
Барицентрична аналитична геометрия и принцип за дуалност. Групи на Ли от стохастичен тип. Точкови умножения и геометрични групови структури.	6
Диференциална геометрия на барицентрични криви и на хомогенните им проекции.	8
Диференциална геометрия на барицентрични повърхнини и на хомогенните им проекции.	10

5. Конспект

1. Групи и алгебри на Ли (S. Lie). Ляво инвариантни векторни полета и форми. Паралелезуемост на група на Ли. Структурни уравнения на Маурер-Картан. Групови и алгебрични хомоморфизми. Присъединено представяне.
2. Матрични групи на Ли и конструкция на Кели. Експоненциално изображение.
3. Действие на група на Ли върху многообразие. Групи от изометрии в метрично пространство.
4. Хомогенно и барицентрично влагане на реално проективно пространство в афинно пространство с коразмерност едно. Матрични групи на Ли от стохастичен тип и техните алгебри на Ли.
5. Барицентрична аналитична геометрия и принцип за дуалност. Афинни трансформации. Изотомични спряганя.
6. Точкови умножения в барицентрични координати и геометрични групови структури. Комутативни подгрупи на Лиева група от стохастичен тип.

7. Барицентрични орбити на точки, барицентрични траектории на криви и повърхнини и хомогенните им проекции. Примери – рационални криви и повърхнини на Безие, елиптични криви.
8. Диференциална геометрия на барицентрични криви. Смяна на параметризацията и естествен параметър в барицентрични координати. Базис и формули на Френе. Кривини на барицентрични криви и връзката им с кривините на съответните хомогенни криви.
9. Диференциална геометрия на повърхнини в тримерно афинно евклидово пространство, барицентрично вложено в четиримерно евклидово пространство. Смяна на параметризацията. Първа основна форма и връзката ѝ с тази на съответната хомогенна повърхнина.
10. Втора основна форма на повърхнина в тримерно афинно евклидово пространство, барицентрично вложено в четиримерно евклидово пространство. Гаусова и средна кривини и връзката им с тези на хомогенно проектираната повърхнина.
11. Инварианти на двумерни повърхнини в четиримерно евклидово пространство и връзката им с инвариантите на барицентрична хиперповърхнина.
12. Инварианти на двумерни повърхнини в четиримерно пространство на Минковски.

6. Препоръчана литература:

1. S. Kobayashi, K. Nomizu. *Foundations of Differential Geometry*. Vol. 1, Interscience Publishers, New York, 1963.
2. М. Постников. *Гладкие многообразия*. Наука, Москва, 1987.
3. М. Постников. *Групи и алгебри Ли*. Наука, Москва, 1982.
4. Georgi Ganchev and Velichka Milousheva. *On the theory of surfaces in the four-dimensional Euclidean space*, Kodai Math. J. 31, 2008, pp. 183–198.
5. G. Ganchev, V. Milousheva, *An invariant theory of spacelike surfaces in the four-dimensional Minkowski space*. Mediterr. J. Math., 9 (2), 2012, pp. 267–294
6. P. Yiu, *The uses of homogeneous barycentric coordinates in plane Euclidean geometry*, Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. 31, 2000, pp. 569–578.
7. М. Нристов, *Geometric group structures and trajectories of rational Bezier curves*, Prospects of Differential Geometry and its Related Fields, World Sci. Publ., Singapore, 2013, pp. 129-143.

7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 10.03.2020 г.

Ръководител секция:

(чл.-кор. О. Мушкарров)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 12.03.2020 г. (протокол № 10).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 13.03.2020 г. (протокол № 4).