БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Алгебра и теория на числата
тема:	Абелеви групи и регулярни пръстени
лектор:	доц. д-р Иван Д. Чипчаков
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	chipchak@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Курсът съдържа изложение на структурната теория на едни от най-често използваните видове абелеви групи, а именно, крайно-породените абелеви групи и делимите абелеви групи. Значението на втория тип групи е свързано с тяхната инективност, с факта, че максималната делима подгрупа на всяка абелева група A се отцепва като директен множител на A, както и с обстоятелството, че всяка абелева група се влага в делима. Един от централните резултати, представени в курса, е критерият на Куликов, характеризиращ примарните абелевите групи, които са разложими в директна сума на циклични групи. Важно следствие на този критерий е това, че подгрупите на група от разглеждания вид също са разложими в директна сума на циклични групи; важни частни случаи са теоремата на Прюфер-Куликов и втората теорема на Прюфер (съгласно втората теорема, изброимите примарни абелеви групи без ненулеви елементи с безкрайна височина се разлагат в директни суми на циклични групи). Въведени са инвариантите на Улм-Каплански на примарна абелева група и е доказана теоремата на Улм за изброимите примарни абелеви групи. Заедно с втората теорема на Прюфер и структурната теория на делимите абелеви групи, теоремата на Улм дава възможност примарните изброими абелеви групи да бъдат класифицирани, с точност до изоморфизъм.

Курсът съдържа изложение и на избрани глави от структурната теория на асоциативните пръстени: радикал на Джекобсън и еквивалентни негови описания; нилпотентност на радикала на Джекобсън на артинов пръстен; теорема на Левицки- Ньотер за нилпотентността на нил-идеал на десен ньотеров пръстен; примери на нил-идеали, които не са нилпотентни; чистота на артиновите пръстени; булеви пръстени; регулярни пръстени на фон Нойман. Специално място в тази част от курса заема теоремата на Голод-Шафаревич и нейното приложение към проблема на Бърнсайд от теорията на периодичните групи.

2. Необходими предварителни знания

За разбирането на курса е достатъчна подготовка в рамките на магистърска степен по алгебра и теория на числата.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Запознаване с основите на теориите на абелевите групи и регулярните пръстени и с утвърдени методи за приложението им.

4. Тематично съдържание

№	ТЕМА	лекции
1	Структурна теорема за крайно-породените абелеви групи.	2
2	Структура на мултипликативната група $\mathbb{Z}n^*$. Представимост на крайна абелева група като хомоморфен образ на $\mathbb{Z}n^*$ за подходящо избрано n.	2
3	Делими абелеви групи. Структурна теорема.	2
4	Инективни абелеви групи.	2
5	Сервантни подгрупи на абелеви групи.	2
6	Теорема на Прюфер-Куликов. Критерий на Куликов.	3
7	Инварианти на Улм-Каплански. Теорема на Улм.	3
8	Артинови пръстени. Чистота на артиновите пръстени.	2
9	Радикал на Джекобсон. Еквивалентни описания.	3
10	Нилпотентност на радикала на Джекобсон за артинов пръстен.	3
11	Нил-идеали – примери на нил-идеали, които не са нилпотентни. Теорема на Левицки-Ньотер. Теорема на Голод-Шафаревич с приложение към проблема на Бърнсайд.	4
12	Булеви пръстени. Регулярни пръстени на фон Нойман.	2

5. Конспект

1. Структурна теорема за крайно породените Абелеви групи.
2. Структура на мултипликативната група Z_n*. Представимост на крайна абелева група като хомоморфен образ на Z_n* за подходящо избрано n.
3. Делими Абелеви групи. Структурна теорема.
4. Инективни Абелеви групи.
5. Сервантни подгрупи на Абелеви групи.
6. Теорема на Прюфер-Куликов. Критерий на Куликов.
7. Инварианти на Улм-Каплански. Теорема на Улм.
8. Артинови пръстени. Чистота на Артиновите пръстени.
9. Радикал на Джекобсон. Еквивалентни описания.
10. Нилпотентност на радикала на Джекобсон за Артинов пръстен.
11. Нил-идеали – примери за нил-идеали, които не са нилпотентни. Теорема на Ньотер. Теорема на Голод-Шафаревич с приложение към проблема на Бърнсайд.
12. Булеви пръстени. Регулярни пръстени на фон Нойман.

6. Препоръчана литература:

1. Г. Генов, Ст. Миховски, Т. Моллов, Алгебра и теория на числата, София, Наука и изкуство, 1991.
2. Е.С. Голод, И.Р. Шафаревич, О башне полей классов, Изв. Акад. Наук СССР, Сер. Мат. 28 (1964), 261-272.
3. I. N. Herstein, Noncommutative Rings, 4th Printing, The Carus Math. Monographs. Washington, DC, Mathematical Association of America, XI, 1996.
4. М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков, Основы теории групп, Москва, Наука, 1982.
5. J. Lambek, Lectures on Rings and Modules, 2nd ed., Chelsea Publishing Company, New York, N.Y., 1976.
6. S. Lang, Algebra, 3rd revised edition, Graduate Texts in Math., New York, Springer, 2005.
7. А. Попов, Пл. Сидеров, К. Чакърян, Ръководство по висша алгебра – теория на Галоа, София, Веди, 2010.
8. Л. Фукс, Бесконечные абелевы группы, т. 1, Москва, Мир, 1973; т.2, Москва, Мир, 1977.
9. L. Fuchs, Abelian Groups, Springer Monographs in Mathematics, Cham: Springer, xxi, 2015.

Забележка. Преводи на руски език на първите издания на книгите с номера 3, 5 и 6 са публикувани от издателство „Мир“, Москва, съответно през 1972 г., 1971 г. и 1968 г.

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

няма

8. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 3 часа и се състои от две части – писмен и устен.
На писмения изпит докторантът показва уменията си, като решава теоретична задача.
На устния изпит докторантът излага знанията си по два въпроса от конспекта.
На устния изпит докторантът отговаря на зададени от преподавателя въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).
Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Владее голяма част материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Алгебра и логика“
на 11.03. 2020 г.

Ръководител секция:
(доц. д-р Иван Чипчаков)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН
на 12.03.2020 г. (протокол № 10).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН
на 13.03.2020 г. (протокол № 4).