

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

Утвърдил:
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

**Учебна програма
за специализиран докторантски курс**

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Геометрия и топология
тема:	Геометрия на многообразия и подмногообразия
лектор:	Проф. Величка Милушева
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	+359 2 979 2807, vmil@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Основната цел на курса е да запознае слушателите с диференциалната геометрия на гладки многообразия и подмногообразия. В началото на курса се въвеждат основните понятия, свързани с гладки многообразия, като допирателно пространство, гладки изображения на многообразия, гладки векторни полета и др. Изучава се тангенциално разслоение на гладко многообразие. Въвеждат се понятията тензорни полета и диференциални форми върху многообразия, разглеждат се точни и затворени диференциални форми. Изучават се линейна свързаност и ковариантно диференциране, тензори на торзията и на кривината, тъждества на Бианки. Разглеждат се Риманови многообразия, Риманови свързаности, свързаност на Леви-Чивита. Изучават се Риманови подмногообразия, като специално внимание се отделя на хиперповърхнини в Евклидово пространство и доказване на фундаменталната теорема за хиперповърхнини.

2. Необходими предварителни знания

Анализ и диференциална геометрия в рамките на основните курсове във ФМИ на СУ.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на основните понятия от диференциалната геометрия на гладки многообразия и подмногообразия. Придобиване на умения за използване и прилагане на усвоените понятия при решаване на задачи от теорията на подмногообразията и в частност на хиперповърхнините.

4. Тематично съдържание

<i>тема</i>	<i>брой часове лекции</i>
Гладки многообразия, гладки изображения на многообразия, гладки векторни полета.	8
Тангенциално разслоение на гладко многообразие.	2
Тензорни полета и диференциални форми върху многообразие, гладки разпределения.	4
Линейна свързаност и ковариантно диференциране. Паралелно пренасяне, геодезични линии.	4
Риманово многообразие. Тензорно поле на кривината, секционна кривина, кривина на Ричи.	4
Риманови подмногообразия. Формули на Гаус и Вайнгартен.	4
Хиперповърхнини в Евклидово пространство, фундаментална теорема за хиперповърхнини.	4

5. Конспект

1. Гладки многообразия. Топология и гладки функции върху многообразие. Допирателно пространство в точка от многообразие. Примери.
2. Гладки изображения на многообразия. Диференциал на гладко изображение. Декартово произведение на гладки многообразия. Формула на Лайбниц.
3. Представяне на изображения с постоянен ранг. Имерсии, субмерсии и подмногообразия. Примери.
4. Гладки векторни полета върху многообразие. Комутатор и алгебра на Ли. Локална еднопараметрична група от локални преобразувания.
5. Тангенциално разслоение на гладко многообразие.
6. Тензори и тензорни полета върху многообразие. Лема за локализация. Производна на Ли.
7. Диференциални форми върху многообразие. Вътрешна алгебра и външно диференциране. Индуцирано (*)- изображение между диференциални форми.
8. Точни и затворени диференциални форми. Лема на Поанкаре.
9. Гладки разпределения. Теорема на Фробениус.

10. Линейна свързаност и ковариантно диференциране. Тензори на торзията и на кривината. Тъждества на Бианки.
11. Паралелно пренасяне. Геодезични линии.
12. Риманово многообразие. Риманови свързаности. Свързаност на Леви-Чивита.
13. Тензорно поле на кривината на Риманово многообразие. Секционна кривина. Кривина на Ричи. Теорема на Шур.
14. Риманови подмногообразия. Формули на Гаус и Вайнгартен.
15. Уравнения на Гаус и Кодаци. Хиперповърхнини в Евклидово пространство.
16. Фундаментална теорема за хиперповърхнини в Евклидово пространство.

6. Препоръчана литература:

1. S. Kobayashi, K. Nomizu. *Foundations of Differential Geometry*. Vol. 1, Interscience Publishers, New York, 1963.
2. S. Kobayashi, K. Nomizu. *Foundations of Differential Geometry*. Vol. 2, Interscience Publishers, New York, 1969.
3. Д. Громол, В. Клингенберг, В. Майер. *Риманова геометрия в целом*. Мир, Москва, 1987.
4. М. Постников. *Гладкие многообразия*. Наука, Москва, 1987.
5. N. Hicks, *Notes on Differential Geometry*. D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1965.
6. B.-Y. Chen, *Geometry of submanifolds*. M. Dekker, New York, 1973

7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава	Владее голяма част от материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	
---	--	---	--	--

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 10.03.2020 г.

Ръководител секция:

(чл.-кор. О. Мушкарров)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 12.03.2020 г. (протокол № 10).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 13.03.2020 г. (протокол № 4).