

БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

сигнатура:				
4.5	ММАМ	S	03	v1
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
<i>попълва се административно след приемане от НС на ИМИ</i>				

Утвърдил:

(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

Учебна програма
за специализиран докторантски курс

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5 Математика
докторска програма:	Математическо моделиране и приложения на математиката
тема:	Математическо моделиране във финансовата математика
лектор:	Проф. дмн Анжела Славова
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	979 28 41, slavova@math.bas.bg
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

1. Анотация

Математическото моделиране на редица природни и социални явления се свежда до решаването на диференциални уравнения. По този начин са дефинирани много от фундаменталните закони на физиката и химията, а в биологията и икономиката с диференциални уравнения се моделира поведението на системи с голяма сложност. В много случаи напълно различни задачи от несвързани помежду си научни области могат да бъдат сведени до едни и същи диференциални уравнения. Теплообменът, чиято теория е разработена от Жозеф Фурие в началото на 19 век, се описва с частно диференциално уравнение от втори ред — уравнението на топлопроводимостта. Впоследствие се оказва, че със същото или със

сходни уравнения могат да бъдат описани много други процеси като брауновото движение (уравнение на Фокер-Планк) или поведението на финансовите пазари в модела на Блек-Шоулс. В предлагания докторантски курс ще се направи въведение в уравненията на математическата физика, както и в уравнението на Бляк-Шолс, възникващо във финансовата математика. Ще се разгледат различни модели описвани с нелинейното уравнение на Бляк-Шолс и неговите обобщения. Ще се представи оценка на Европейски опции чрез обобщеното уравнение на Бляк-Шолс, както и моделиране на бариерни опции и мултиактивни договори. Дискретните модели позволяват численото решение на това доста сложно диференциално уравнение, както и редица компютърни симулации.

2. Необходими предварителни знания

Необходими са предварителни знания по математически анализ, обикновени и частни диференциални уравнения, програмиране на системите MATLAB, MAPLE.

3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

В края на курса на обучение докторантите ще бъдат компетентни в областта на моделирането във финансовата математика. Приложенията, които ще бъдат представени по време на курса ще дадат възможност на докторантите практически да могат да моделират и решават широк спектър от приложни задачи от финансовата математика.

4. Тематично съдържание

тема	брой часове лекции
1. Задачи на математическата физика. Класификация на линейните уравнения от втори ред. Обща постановка на задачата на Коши. Характеристики.	2
2. Съществуване на решение на задачата на Коши за вълновото уравнение, формула на Кирхоф. Свойства на фундаменталното решение на вълновия оператор, смесена задача за хиперболични уравнения.	2
3. Уравнение на топлопроводността. Задача на Дирихле. Теорема за единственост. Съществуване на фундаментални решения за линейни диференциални оператори с постоянни коефициенти.	2
4. Квазилинейни уравнения. Нелинейни частни диференциални уравнения от първи ред. Задача на Коши.	2
5. Теория на Мертон-Бляк-Шолс. Формула на Бляк-Шолс.	2
6. Дифузионни модели със скок и стохастични модели.	2
7. Процеси на Леви и Марков.	2

8. Процеси на Леви от експоненциален вид.	2
9. Обобщено уравнение на Бляк-Шолс.	2
10. Аналитични методи за изучаването на уравнението на Бляк-Шолс. Трансформация на Фурие и комплексен анализ.	2
11. Нестационарно уравнение на Бляк-Шолс и константни бариерни функции.	2
12. Оценка на Европейски опции и обобщено уравнение на Бляк-Шолс.	2
13. Редукция на гранична задача за стационарното обобщено уравнение на Бляк-Шолс.	2
14. Бариерни опции. Мултиактивни договори.	2
15. Дискретни модели.	2

5. Конспект

1. Задачи на математическата физика.
2. Класификация на линейните уравнения от втори ред.
3. Обща постановка на задачата на Коши. Характеристики.
4. Съществуване на решение на задачата на Коши за вълновото уравнение, формула на Кирхоф.
5. Свойства на фундаменталното решение на вълновия оператор, смесена задача за хиперболични уравнения.
6. Уравнение на топлопроводността. Задача на Дирихле. Теорема за единственост.
7. Съществуване на фундаментални решения за линейни диференциални оператори с постоянни коефициенти.
8. Квазилинейни уравнения.
9. Нелинейни частни диференциални уравнения от първи ред. Задача на Коши.
10. Теория на Мертон-Бляк-Шолс. Формула на Бляк-Шолс.
11. Дифузионни модели със скок и стохастични модели.
12. Процеси на Леви и Марков.
13. Процеси на Леви от експоненциален вид.
14. Обобщено уравнение на Бляк-Шолс.
15. Аналитични методи за изучаването на уравнението на Бляк-Шолс. Трансформация на Фурие и комплексен анализ.
16. Нестационарно уравнение на Бляк-Шолс и константни бариерни функции.
17. Оценка на Европейски опции и обобщено уравнение на Бляк-Шолс.
18. Редукция на гранична задача за стационарното обобщено уравнение на Бляк-Шолс.

19. Барьерни опции.
20. Мултиактивни договори.
21. Дискретни модели.

6. Препоръчана литература:

1. Т. Генчев, Частни диференциални уравнения, НИ, София, 1976.
2. В. Владимиров, Уравнения математической физики, Наука, Москва, 1976.
3. S. Boyarchenko, S. Levendorskii, Non-Gaussian Merton-Black-Scholes theory, World Scientific, 2002.
4. A. Slavova, Cellular Neural Networks: Dynamics and Modelling, Kluwer Academic Publishers, 2003.

7. Ресурсно осигуряване на обучението:

Компютърна система с необходимия софтуер за програмиране на MATLAB, MAPLE, многофункционално устройство.

8. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от журито въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи.	Владее голяма част от материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки.

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Диференциални уравнения и математическа физика“ на 11.05.2020 г.

Ръководител секция:

(проф. дмн Анжела Славова)

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 14.05.2020 г. (протокол № 19).

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 15-18.05.2020 г. (протокол № 5).