

**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ  
ИНСТИТУТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

сигнатура:				
4.5	GT	S	04	v1
професионално направление	код на докт. програма	вид курс (базов/спец.)	номер	версия
<i>попълва се административно след приемане от НС на ИМИ</i>				

Утвърдил:  
(акад. В. Дренски, Директор на ИМИ-БАН)

**Учебна програма  
за специализиран докторантски курс**

Област на висше образование:	4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление:	4.5. Математика
докторска програма:	Геометрия и топология
тема:	Комплексна геометрия
лектор:	проф. д-р Людмил Кацарков
данни за връзка с лектора (тел., имейл)	lkatzarkov@gmail.com; +359 2 979 3866
хорариум:	30 часа лекции
кредити съгл. кредитната система на ЦО на БАН:	20

## 1. Анотация

Основната цел на курса е да запознае слушателите с основите на комплексната геометрия от диференциално-геометрична и аналитична гледна точка посредством езика на сноповете и техните кохомологии. Въвеждат се Ермитови и Келерови многообразия и се разглеждат основите на теорията на Ходж. Дискутират се основни примери за такива многообразия и техните Ходж структури.

## 2. Необходими предварителни знания

Реален анализ, Комплексен анализ на една променлива, Диференциална геометрия

## 3. Компетентности, придобити в резултат на обучението

Усвояване на основни понятия от комплексната геометрия. Придобиване на умения за използване и прилагане на теорията на Ходж към конкретни примери. Запознаване с езика на сноповете и техните кохомологии.

## 4. Тематично съдържание

<i>тема</i>	<i>брой часове лекции</i>
Локална теория. Теорема на Вайерщрас.	3
Аналитични множества. Комплексни многообразия и подмногообразия. Раздуване на точка. Примери.	3
Холоморфни диференциални форми. Холоморфна лема на Поанкаре.	2
Ермитови многообразия. Метрика на Фубини-Стъди. Теорема на Виртингер.	3
Снопове и кохомологии.	4
Кохомология на Dolbeault. Финни и меки снопове.	4
Хармонични форми. Оператор на Лаплас. Комплексна хармонична теория.	4
Келерови многообразия. Келерови тъждества.	3
Разлагане на Ходж. Диамант на Ходж. Примери за Келерови многообразия.	4

## 5. Конспект

1. Свойства на пръстена от зародиши на холоморфни функции. Теорема на Вайерщрас.
2. Понятие за комплексно многообразие. Примери. Раздуване на точка. Разслоения.
3. Холоморфни  $(p,q)$ -форми. Холоморфна Лема на Поанкаре.
4. Ермитови многообразия. Метрика на Фубини-Стъди. Теорема на Виртингер.
5. Кохомология на снопове. Кохомология на Čech.
6. Кохомология на Dolbeault. Приложения.
7. Финни и меки снопове. Приложения

8. Звезда на Ходж. Оператор на Лаплас върху многообразие. Съществуване на хармоничен представител на кохомологичните класове.
9. Комплексна хармонична теория. Анти-холоморфен оператор на Лаплас. Хармоничен представител на класовете на Dolbeault.
10. Келерови метрики. Келерови многообразия. Характеризация на Келеровите метрики.
11. Келерови тъждества. Следствия.
12. Разлагане на Ходж. Диамант на Ходж. Следствия.
13. Примери за Келерови многообразия и тяхната Ходж структура.

## 6. Препоръчана литература:

1. Christian Schnell – A Graduate Course on Complex Manifolds (Chicago, 2010)  
<http://www.math.stonybrook.edu/~cschnell/>
2. Griffiths, Harris – Principles of Algebraic Geometry (1978)
3. Daniel Huybrechts – Complex Geometry, An Introduction (2004)

## 7. Критерии за оценка

Изпитът е с продължителност 4 часа и се състои от две части – писмен и устен.

На писмения изпит докторантът развива своите идеи и концепции по два въпроса от конспекта.

На устния изпит докторантът отговаря на зададени от комисията въпроси, свързани с темата на курса.

Крайната оценка е от 2 до 6 (с точност до 0.5).

Тя се формира на базата на следното съответствие:

Отличен (6)	Мн.добър (5)	Добър (4)	Среден (3)	Слаб (2)
Отлично владее материала. Изложението е изчерпателно, последователно, компетентно, логично и хармонично. Правилно обосновава предлаганите решения, знае как да обобщава и излага материала без да прави грешки. Притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Познава материала. Излага го правилно без да допуска съществени неточности. Може правилно да прилага теоретични принципи и притежава необходимите умения за изпълнение на практически задачи.	Владее голяма част от материала, но допуска неточности при изложението и отговорите на въпросите. Има известни неясноти при опитите за прилагане на материала в практически ситуации.	Владее само част от материала, но се затруднява в отделните детайли. Допуска неточности във формулировките и нарушава последователността при представянето на материал. Има затруднения при изпълнение на практически задачи.	Не познава значителна част от материала, допуска съществени грешки и с големи трудности изпълнява практически задачи.

---

Учебната програма е обсъдена и одобрена на заседание на секция „Анализ, геометрия и топология“ на 14.07.2020 г.

Ръководител секция:

(чл.-кор. Олег Мушкаров)

---

Учебната програма е разгледана от Директорския съвет на ИМИ-БАН на 16.07.2020 г. (протокол № 28).

---

Учебната програма е приета от Научния съвет на ИМИ-БАН на 17.07.2020 г. (протокол № 8).